UNIVERZITET CRNE GORE
EKONOMSKI FAKULTET PODGORICA

Bojan Pejović

EKONOMETRIJSKO MODELIRANJE I PROGNOZA KAMATNE STOPE NA PRIMJERU CRNE GORE

MAGISTARSKI RAD

Podgorica, 2019. godina

PODACI I INFORMACIJE O MAGISTRANDU

Ime i prezime: Bojan Pejović

Datum i mjesto rođenja: 10.01.1995. godine, Bijelo Polje

Naziv završenog osnovnog studijskog programa i godina diplomiranja:

Ekonomski fakultet Podgorica, 2017. godina

INFORMACIJE O MAGISTARSKOM RADU

Ekonomski fakultet Podgorica

Postdiplomske magistarske akademske studije Ekonomije

Smjer: Kvantitativna ekonomija

Naslov rada: Ekonometrijsko modeliranje i prognoza kamatne stope na primjeru Crne Gore

OCJENA I ODBRANA MAGISTARSKOG RADA

Datum prijave magistarskog rada: 26.06.2018.

Datum sjednice Vijeća univerzitetske jedinice na kojoj je prihvaćena tema: 19.11.2018.

Komisija za ocjenu teme: Prof. dr Vesna Karadžić

Prof. dr Svetlana Rakočević

Docent dr Saša Vujošević

Mentor: Prof. dr Vesna Karadžić

Komisija za ocjenu rada: Prof. dr Vesna Karadžić

Prof. dr Svetlana Rakočević

Docent dr Saša Vujošević

Komisija za odbranu rada:

Datum odbrane:

Datum promocije:

PREDGOVOR

Razvojem informacionih tehnologija, softverskih rešenja i baza podataka ekonometrija, a posebno primijenjena ekonometrija, dobija sve više na dinamičnosti, aktuelnosti i značaju. U skladu sa tim raste broj istraživanja koja se koriste brojnim metodološkim postupcima, softverima i bazama podataka težeći da na konkretnim podacima ispitaju teorijske pretpostavke i testiraju hipoteze. Neprestani rast brzine protoka informacija i dinamiziranje ekonomskog okruženja uslovljava da se posebna pažnja posveti anticipiranju budućih promjena u cilju smanjenja neizvjesnosti koju donosi budućnost.

Istraživanjem se želi dati doprinos primjeni savremenih ekonometrijskih metoda i modela na primjeru Crne Gore gdje usled djelovanja brojnih faktora, prvenstveno male statističke baze, do sada nisu u fokusu bila slična istraživanja. U radu su formulisane tri hipoteze. Prvom hipotezom se želi utvrditi da li Box-Jenkins metodologija daje statistički signifikantnu prognozu kamatne stope u Crnoj Gori. Drugom hipotezom se želi ispitati da li VAR model daje statistički signifikantnu prognozu kamatne stope u Crnoj Gori. I trećom hipotezom se želi utvrditi koji od dva pomenuta modela daje bolje prognostičke rezultate, kroz komparaciju njihovih prognoza, na primjeru kamatne stope u Crnoj Gori.

Svrha i cilj istraživanja jeste da se na primjeru Crne Gore testiraju ekonometrijski modeli, koji su već poznati u teoriji i imaju primjenu u drugim zemljama, kako bi se odredio optimalni, tj. onaj koji daje najbolju prognozu. Upotreba odabranog modela donijela bi brojne koristi donosiocima odluka, privrednim subjektima, pojednincima i društvu u cjelini.

APSTRAKT

Ekonometrijsko modeliranje i prognoza, u savremenim uslovima, imaju rastući značaj kako u razvoju velikog broja teorijskih modela i pristupa koji se mogu koristiti, tako i neophodnosti prognoza u cilju donošenja ispravnih odluka od strane nosilaca autoriteta za njihovo donošenje. U radu se testira mogućnost primjene Box-Jenkins pristupa i vektorskih autoregresivnih modela za modeliranje i prognozu kamatne stope u Crnoj Gori. Box-Jenskins pristup i vektorski autoregresivni modeli su jedni od brojnih, ali i najčešće korišćenih pristupa i modela koji se koriste za prognoziranje vrijednosti vremenskih serija. Komparacijom prognostičkih rezultata modela odrediće se superiorniji model. Vremenska serija kamatne stope koja se modelira i prognozira jeste na mjesečnom nivou prosječna ponderisana aktivna kamatna stopa banaka na novoodobrene kredite u periodu od decembra 2011. godine do januara 2018. godine.

Na primjeru kamatne stope, koja je od izuzetnog značaja u izrazito bankocentričnom sistemu u Crnoj Gori, se pokazalo da se Box-Jenkins pristup i VAR modeli mogu uspješno koristiti za modeliranje i prognozu. Takođe, daje se preporuka za upotrebu Box-Jenkins pristupa i ocijenjenog AR modela za prognozu kamatne stope jer ima bolje prognostičke performanse od VAR modela. Uprkos brojnim ograničenjima, prvenstveno neadekvatnom statističkom bazom, AR model može naći primjenu i pomoći donosiocima odluka u procesu donošenja ekonomskih odluka.

Ključne riječi: prognoziranje, autoregresivni modeli, prognoziranje kamatne stope, Box-Jenkins, VAR, AR.

ABSTRACT

In contemporary conditions, the econometric modelling and forecast have growing importance in both the development of a number of theoretic models and approaches that may be used and in the necessity of forecasting with a view to making proper decisions by authorities for their making. The paper tests the possibility of applying the Box-Jenkins approach and vector autoregressive models for modelling and forecasting interest rates in Montenegro. Box-Jenkins approach and vector autoregressive models are one of multiple, yet the most used approaches and models used for forecasting time series values. Thee comparison of forecasting models determines the more superior model. The time series of the interest rate to be modelled and forecasted is a monthly weighted average lending interest rate of banks on new loans in the period from December 2011 to January 2018.

An example of the interest rate, which is extremely important in quite a bank-centric system in Montenegro, proved that the Box-Jenkins approach and VAR models may be used successfully for modelling and forecast. Moreover, the paper recommends the use of Box-Jenkins approach and the assessed AR model for forecasting interest rate since it has better forecasting performances than the VAR model. Despite numerous limitations, primarily the inadequate statistical base, AR model may find its application and help the decision makers in the process of making economic decisions.

Keywords: forecasting, autoregressive models, interest rate forecasting, Box-Jenkins, VAR, AR.

Sadržaj

UVOD **1**

1. Kamatne stope i makroekonomsko modeliranje **3**

1.1. Vrste kamatnih stopa 3

1.1.1. Kamatne stope banaka i mikrokreditnih institucija 4

1.1.2. Aktivne i pasivne kamatne stope 5

1.2. Univarijantni linearni modeli vremenskih serija 6

1.3. Multivarijantni modeli vremenskih serija 13

2. Box-Jenkins pristup u modeliranju i prognozi kamatne stope **16**

2.1. Empirijska baza podataka kretanja kamatne stope u Crnoj Gori 16

2.1.1. Kretanje kamatne stope u periodu od 2011. do 2018. godine 18

2.1.2. Ispitivanje normalnosti raspodjele 19

2.2. Ispitivanje stacionarnosti serije kamatne stope 20

2.3. Specifikacija AR(I)MA modela 26

2.3.1. Specifikacija autoregresivnog modela 27

2.3.2. Specifikacija autoregresivnog modela pokretnih sredina 33

2.4. Prognoziranje kamatne stope na osnovu AR(I)MA modela 37

2.4.1. Prognoziranje kamatne stope unutar uzorka AR(I)MA modelom 37

2.3.2. Prognoziranje kamatne stope van uzorka AR(I)MA modelom 41

3. Modeliranje i prognoza kamatne stope primjenom VAR modela **45**

3.1. Preliminarna statistička analiza 45

3.2. Specifikacija, ocjena i izbor modela 47

3.2.1. Ispitivanje stacionarnosti serije mjesečne stope rasta potrošačkih cijena 47

3.2.2. Ocjena modela i vrednovanje ocjene modela 50

3.3. Prognoziranje kamatne stope na osnovu VAR modela 56

3.3.1. Prognoziranje kamatne stope unutar uzorka VAR modelom 56

3.3.2. Prognoziranje kamatne stope van uzorka VAR modelom 58

4. Uporedna analiza prognostičkih modela **60**

4.1. Uporedne prognoze kamatne stope AR(I)MA i VAR modela 60

4.2. Odstupanja prognoziranih od svarnih vrijednosti 61

4.3. Statistički i ekonometrijski kriterijumi vrednovanja modela 62

ZAKLJUČAK **66**

LITERATURA **68**

DODATAK **74**

SPISAK TABELA

Tabela 1: Autoregresivni model prvog reda....20
Tabela 2: Breusch-Godfrey test autokorelacije....21
Tabela 3: Prošireni Dickey-Fuller test serije kamatne stope....22
Tabela 4: Model trenda serije kamatne stope....23
Tabela 5: White-ov test heteroskedastičnosti....24
Tabela 6: Empirijski test normalnosti serije reziduala....25
Tabela 7: Korelogram serije kamatne stope....26
Tabela 8: Autoregresivni model kamatne stope sa trendom....27
Tabela 9: Autoregresivni AR(1) model kamatne stope sa trendom i vještačkom promjenjivom…28
Tabela 10: Breusch-Godfrey test autokorelacije reziduala u AR(1) modelu....30
Tabela 11: Breusch-Pagan-Godfrey test heteroskedastičnosti reziduala modela AR(1)....31
Tabela 12: Empirijski test normalnosti raspodjele rezidula u modelu AR(1)....32
Tabela 13: ARMA(2,1) model kamatne stope....33
Tabela 14: Breusch-Godfrey test autokorelacije u modelu ARMR(2,1)....34
Tabela 15: Glejser-ov test heteroskedastičnosti reziduala ARMA(2,1)....35
Tabela 16: Empirijski test normalnosti rezidula u modelu ARMA(2,1)....36
Tabela 17: Prikaz prognoziranih, stvarnih vrijednosti i greške prognoze za AR(1) i ARMA(2,1) modele u periodu 2018m2-2018m7....42
Tabela 18: Intervalne prognoze AR(1) i ARMA(2,1) modela i stvarne vrijednosti kamatne stope u periodu 2018m2-2018m7....43
Tabela 19: Statistike prognoze AR(1) i ARMA(2,1) modela za period 2018m2-2018m7....43
Tabela 20: Autoregresivni model prvog reda serije CPIM....47
Tabela 21: Breusch-Godfrey test autokorelacije serije CPIM....48
Tabela 22: White-ov test heteroskedastičnosti serije CPIM……...48
Tabela 23: Dickey-Fuller test stacionarnosti serije CPIM....49
Tabela 24: Vektorski autoregresivni model....50
Tabela 25: Vektorski autoregresivni model u reprezentativnom zapisu....51
Tabela 26: Testiranje autokorelacije u VAR modelu....52
Tabela 27: Test normalnosti reziduala u VAR modelu....53
Tabela 28: Test heteroskedastičnosti u VAR modelu....54
Tabela 29: Intervalne prognoze kamatne stope VAR modelom za period 2018m2-2018m7……..58
Tabela 30: Stvarne i VAR modelom prognozirane vrijednosti kamatne stope za budući period….58
Tabela 31: Statistike prognoze VAR modela za period 2018m2-2018m7……..59
Tabela 32: Stvarne i na osnovu AR(1) i VAR modela prognozirane vrijednosti kamatne stope sa najvažnijim statistikama…….61
Tabela 33: Osobine ocijenjenih modela....62
Tabela 34: Osobine korištenih vremenskih serija……...62

SPISAK GRAFIKA

Grafik 1: Grafički prikaz stacionarne serije.....9
Grafik 2: Grafički prikaz nestacionarne serije.....9
Grafik 3: Autoregresivni model.....10
Grafik 4: Model pokretnih sredina reda 2.....11
Grafik 5: Prosječna ponderisana kamatna stopa u periodu od 2011m12-2018m1.....18
Grafik 6: Histogram prosječne ponderisane kamatne stope.....19
Grafik 7: Reziduali, stvarne i ocijenjene vrijednosti modela trenda.....23
Grafik 8: Histogram reziduala modela trenda.....24
Grafik 9: Reziduali, originalne i autoregresivnim modelom predviđene vrijednosti.....27
Grafik 10: Reziduali, originalne i modelom AR(1) predviđene vrijednosti.....29
Grafik 11: Histogram i deskriptivna statistika rezidula modela AR(1).....32
Grafik 12: Reziduali, originalne i modelom ARMA(2,1) predviđene vrijednosti.....34
Grafik 13: Histogram reziduala modela ARMA (2,1).....35
Grafik 14: Dinamička proznoza modela AR(1) za period 2016m1 - 2018m1.....37
Grafik 15: Statička prognoza modela AR(1) za period 2016m1-2018m1.....37
Grafik 16: Dinamička prognoza modela ARMA(2,1) za period 2016m1-2018m1.....38
Grafik 17: Statička prognoza modela ARMA(2,1) za period 2016m1-2018m1.....38
Grafik 18: Grifički prikaz stvarne vrijednosti, statičke i dinamičke prognoze na osnovu AR(1) i ARMA(2,1) modela za period 2016m1-2018m1.....39
Grafik 19: Stvarna vrijednost i statička prognoza kamatne stope AR(1) i ARMA(2,1) modela za period 2016m1-2018m1.....40
Grafik 20: Stvarna vrijednost i statička prognoza kamatne stope ARMA(2,1) modela za period 2016m1-2018m1.....40
Grafik 21: Prognoza kamatne stope modelom AR(1) za period 2018m2-2018m7.....41
Grafik 22: Prognoza kamatne stope modelom ARMA(2,1) za period 2018m2-2018m7.....41
Grafik 23: Stvarna i na osnovu AR(1) i ARMA(2,1) modela prognozirana vrijednost kamatne stope za period 2018m2-2018m7.....42
Grafik 24: Stvarna i modelom AR(1) prognozirana kamatna stopa za period 2018m1-2018m7.....44
Grafik 25: Potrošačke cijene (mjesečna stopa) u periodu od 2011m12-2018m1.....45
Grafik 26: Histogram mjesečne stope rasta potrošačkih cijena.....46
Grafik 27: Jedinični krug stabilnosti VAR modela.....52
Grafik 28: Reziduali VAR modela.....53
Grafik 29: Reakcija varijabli iz VAR modela na šokove od jedne standardne devijacije.....55
Grafik 30: Dinamička prognoza VAR modelom unutar uzorka za period 2016m1-2018m1.....56
Grafik 31: Statička prognoza VAR modelom unutar uzorka za period 2016m1-2018m1.....56
Grafik 32: Grafički prikaz dinamičke i statičke prognoze VAR modela i stvarne vrijednosti kamatne stope za period 2016m1-2018m1.....57
Grafik 33: Prognoza VAR modelom za period 2018m2-2018m7.....58
Grafik 34: Stvarna i VAR modelom prognozirana kamatna stopa za period 2018m2-2018m7.....59
Grafik 35: Stvarna i na osnovu AR(1) i VAR modela prognozirana kamatna stopa.....60

UVOD

Tema kamatnih stopa je u fokusu pažnje javnosti tokom dužeg perioda vremena, a kao posledica snažnog uticaja kamatnih stopa na privredna kretanja. Visina i smjer kretanja kamatnih stopa značajno determinišu odluke preduzeća o ulaganju sredstava, zatim odluke pojedinaca o štednji i potrošnji, kao i odluke vlasti o vođenju monetarne i ekonomske politike. Brojni naučni i stručni radovi se bave problematikom kamatnih stopa, a kao rezultat njihovog širokog opsega uticaja i značaja koje imaju u ekonomiji. Radovi se često bave modeliranjem i prognozom kamatnih stopa, kao i istraživanjem veza, odnosa i međuzavisnosti kamatnih stopa sa brojnim drugim makroekonomskim pokazateljima.

Izražene specifičnosti crnogorske ekonomije i nedovoljna razvijenost finansijskog tržišta doprinose da nivo kamatnih stopa predstavlja jednu od ključnih determinanti razvoja privrede. U složenoj strukturi kamatnih stopa u Crnoj Gori posebno se izdvaja prosječna ponderisana aktivna nominalna kamatna stopa banaka na novoodobrene kredite, kao ključna determinanta dinamičnosti privrede, u odnosu na prosječnu ponderisanu aktivnu nominalnu kamatnu stopu banaka po postojećim poslovima, pasivne kamatne stope i kamatne stope mikrokreditnih finansijskih institucija.

Veliki broj faktora koji je djelovao u prošlosti, kao i brojni faktori koji još uvijek imaju uticaja, doveli su do formiranja aktivnih kamatnih stopa banaka u Crnoj Gori na visokom nivou. Veoma malo tržište koje karakterišu visoki troškovi poslovanja, uz nedovoljno snažne konkurentske sile između velikog broja banaka na tržištu, kao i visoko učešće loših kredita, visok rizik klijenata uz visoku postojeću zaduženost i prisutan visok rizik zemlje uzrokovan fiskalnom neravnotežom doveli su do održavanja visokih aktivnih kamatnih stopa tokom dužeg vremenskog perioda. Veoma visoke aktivne kamatne stope banaka i mikrokreditnih institucija ne dozvoljavaju dinamiziranje privrednog rasta i razvoja u onoj mjeri u kojoj je to neophodno da bi se obezbijedio oporavak ekonomije poslije velike ekonomske krize iz 2008. godine. Zbog ograničenosti instrumenata Centralne banke Crne Gore i odsustva emisione funkcije, prouzrokovane uvođenjem eurizacije u Crnoj Gori, nivo kamatnih stopa je kritični faktor od čijeg daljeg kretanja će zavisiti i ukupna privredna dinamika.

Kako bi se dao odgovor na prethodno pomenuta pitanja, u radu će se ekonometrijski modelirati i prognozirati aktivna kamatna stopa na novoodobrene kredite u Crnoj Gori. Koristiće se dostupni podaci Centralne banke Crne Gore od 2011. do 2018. godine u svrhu testiranja dva teorijska pristupa i ocjene dvije vrste modela, i to autoregresivni model pokretnih sredina i vektorski autoregresivni model.

Svrha i cilj istraživanja jesu da se ocijene modeli koji se mogu koristiti za modeliranje i prognozu kamatne stope, kao i da se izvrši njihova komparacija kako bi se odredio bolji model, tj. onaj model koji je pogodniji za dati slučaj. Pristupi koji će se koristiti u ovom radu su korišteni od strane brojnih drugih istraživača i daju najbolje rezultate. Prognoze budućih vrijednosti kamatne stope, na osnovu modela koji se pokaže kao bolji, će imati praktičnu primjenu kroz uticaj na brojne odluke donosilaca odluka povećavajući njihov kvalitet i dovodeći do željenih rezultata. Uspješnim prognoziranjem budućih vrijednosti kamatne stope stvarnost se anticipira na bolji način i može se na vrijeme preventivno djelovati, predvidjeti buduće promjene i uskladiti ponašanje sa novonastalim okolnostima. Prognoziranje omogućava da se na vrijeme uoči nepoželjan trend kako bi se moglo djelovati u cilju njegovog otklanjanja i ostvarivanja željenih rezultata.

1. Kamatne stope i makroekonomsko modeliranje

1.1. Vrste kamatnih stopa

Postoji saglasje o tome da kamatna stopa predstavlja cijenu zajmovnog kapitala, to je proporcionalni iznos koji je zajmoprimac dužan da plati zajmodavcu uz glavnicu, najčešće se izražava u procentima. [1]

Brojna su shvatanja prirode kamatne stope – cijene novca:

1. Kamata je cijena za "odricanje od likvidnosti". Prema ovoj teoriji vlasnik raspoloživog novca se za određeno vrijeme odriče od potrošnje ili upotrebe svog raspoloživog novca, time smanjuje svoje rezerve likvidnosti, a za to vrijeme dobija naknadu u obliku kamate.
2. Marksov pristup polazi od stava da je kamata cijena zajmovnog kapitala i to njegove produktivne upotrebe. Kamata je dio bruto profita koji odlazi zajmodavcu. Kapitalista preduzetnik je proizvodno uposlio pozajmljeni kapital i iz ostvarenog profita platio kamatu na zajam. Kamata je iracionalna cijena novca.
3. Kejnzijanska teorija kamatne stope polazi od stava da kamatna stopa treba da bude što niža kako bi se podstakle investicione želje i namjere preduzetnika. Kada je "sklonost likvidnosti" visoka, onda je visoka i štednja, a slabe invesicije, kamatna stopa se mora oboriti kako bi se dao stimulans investicijama, dekuražila štednja.
4. Monetaristička teorija kamatne stope polazi od stava da je kamatna stopa samo cijena novca, koja se tretira u sklopu drugih cijena. To je samo cijena jednog oblika imovine u kome se može držati kapital (akcije, obveznice, čekovi, fiksni kapital...)[2]

Kamatna stopa nije jedinstvena kategorija i postoji veliki broj vrsta kamatnih stopa u okviru finansijskog sistema svake zemlje. Posebno su značajne razlike u okviru prirode kamatnih stopa: aktivne i pasivne kamatne stope, kratkoročne i dugoročne kamatne stope, kamate prema vrstama poslova, realna i nominalna kamatna stopa i dr.[3] U ovom radu posebna pažnja će se posvetiti

[1] Prem. https://dictionary.cambridge.org/dictionary/english/interest-rate, https://en.oxforddictionaries.com/definition/interest_rate (17.01.2019)

[2] Ristić, Ž., Komazec, S., & Ristić, K. (2014). Monetarna ekonomija i bankarski menadžment. *Beograd: Etnostil*, str. 192-193

[3] Ristić, Ž., Komazec, S., & Ristić, K. (2014). Monetarna ekonomija i bankarski menadžment. *Beograd: Etnostil*, str. 194.

kamatnim stopama koje prati Centralna banka Crne Gore i koje će biti predmet daljeg istraživanja. Kada se govori o kamatnim stopama u Crnoj Gori, misli se prvenstveno na aktivne kamatne stope banaka. Pored pomenute kamatne stope u Crnoj Gori može se govoriti i o aktivnim kamatnim stopama mikrokreditnih institucija, kao i pasivnim kamatnim stopama.

1.1.1. Kamatne stope banaka i mikrokreditnih institucija

Jedna od podjela kamatnih stopa jeste na osnovu toga da li su to kamatne stope na kredite koje odobravaju banke ili mikrokreditne institucije. Na osnovu date podjele Centralna banka u Crnoj Gori daje zasebnu statistiku kamatnih stopa banaka i kamatnih stopa mikrokreditnih institucija. Posebnu važnost kamatnim stopama mikrokreditnih institucija, uz bankocentričnost sistema, daje to što u Crnoj Gori ne postoji dovoljno razvijeno tržište kapitala pa mikrokreditne institucije, koje u prosjeku odobravaju kredite po većim kamatnim stopama u odnosu na banke[4], često predstavljaju izvor neophodnih sredstava. Kamatne stope mikrokreditnih institucija su veće usled većih troškova koje te institucije imaju jer plasiraju manje iznose sredstva kroz veći broj zajmova.[5]

Na osnovu godišnjeg izvještaja Centralne banke Crne Gore može se primijetiti da je u periodu od 2011. do 2018. godine prisutan trend pada kamatnih stopa banaka i kamata mikrokreditnih institucija, iako se kamatne stope i dalje nalaze na visokom nivou. Visoke kamatne stope na kredite mikrokreditnih institucija nisu samo slučaj u Crnoj Gori već je to pravilo u svim, pa i najrazvijenijim, ekonomijama u svijetu, i predstavlja predmet brojnih istraživanja. Postoje i brojne inicijative od strane donosilaca političkih odluka koji žele da utiču na mikrokreditne institucije kako bi razmotrile smanjenje visokih kamatnih stopa.[6] Najčešći klijenti mikrokreditnih institucija su pojedinci, domaćinstva ili preduzetnici kojima su neophodna finansijska sredstva, a koji ne mogu zadovoljiti kriterijume banaka za dobijanje kredita. Prinuđeni da se zadužuju kod mikrokreditnih finansijskih institucija po značajno većim kamatnim stopama.

---

[4] http://www.cbcg.org/slike_i_fajlovi/fajlovi/fajlovi_publikacije/god_izv_o_radu_cbcg/godisnji_izvjestaj_o_radu_u_2017_.pdf (18.01.2019)

[5] Kneiding, C., & Rosenberg, R. (2008). Variations in microcredit interest rates, str. 69.

[6] Fernando, N. A. (2006). Understanding and dealing with high interest rates on microcredit: A note to policy makers in the Asia and Pacific region, str. 1.

1.1.2. Aktivne i pasivne kamatne stope

Aktivne kamatne stope su one stope koje klijenti plaćaju banci na sredstva koja su pozajmili od banke (kredite). Pasivne kamatne stope su one stope koje banka plaća klijentima na sredstva koja su oročena kod banke (depozite). Izvor rentabilnosti banke jeste razlika između aktivnih i pasivnih kamatnih stopa. Danas ostvarivanje profita banke (razlika između naplaćene aktivne i plaćene pasivne kamate) ostaje i dalje gotovo glavni podsticaj poslovanja banaka u kapitalizmu, mada, istina, ostali principi dobijaju sve veći značaj u savremenom kapitalizmu.[7]

Iako neto kamatna marža (razlika aktivne i pasivne kamatne stope) vodi profitabilnosti banaka, velike razlike u kamatnim stopama odražavaju slabost bankarskog sistema. Slabe banke mogu pokušati nadoknaditi svoje gubitke tako što plasiraju kredite po visokim kamatnim stopama. To je, međutim, politika koja vodi u začarani krug, jer veće kamatne stope koje se zaračunavaju na kredite dovode do negativne selekcije klijenata i produbljenja krize.[8] Centalne banke država često ograničavaju aktivne i pasivne kamatne stope propisujući njihove maksimume, što je slučaj i u Crnoj Gori.

Brojni faktori determinišu razliku između aktivne i pasivne kamatne stope i predstavljaju izazovnu temu brojnim istraživačima. U različitim zemljama banke posluju u različitim makroekonomskim okruženjima, eksplicitnim i inplicitnim poreskim politikama, sa različitim stopama obaveznih rezervi, uslovima na finansijskom tržištu i drugačijim pravnim i institucionalnim odnosima.[9] Svi navedeni uslovi, kao i moguće monopolsko ponašanje banaka determinišu visinu kamatnih stopa u jednoj ekonomiji. Sama visoka ili niska razlika između aktivnih i pasivnih kamatnih stopa, a priori ne mora ukazivati na stabilnost ili nestabilnost u ekonomiji ali može i dati korisne informacije ukoliko se detaljno poznaje makroekonomsko okruženje i karakteristike date ekonomije.

---

[7] Ristić, Ž., Komazec, S., & Ristić, K. (2014). Monetarna ekonomija i bankarski menadžment. *Beograd: Etnostil*, str. 445.

[8] Šonje, V. (1999). Esej o monetarnim eksperimentima, ili: kako izabrati monetarni režim u kasnoj fazi tranzicije. *Privredna kretanja i ekonomska politika*, *9*(74), 41-72.

[9] Demirgüç-Kunt, A., & Huizinga, H. (1999). Determinants of commercial bank interest margins and profitability: some international evidence. *The World Bank Economic Review*, *13*(2), 379-408, str. 405.

1.2. Univarijantni linearni modeli vremenskih serija

Kada govorimo o analizi jedne vremenske serije kažemo da se bavimo univarijantnim modelima, dok se analiza većeg broja serija odnosi na multivarijatne modele, o čemu će biti više govora u nastavku rada. Posebno značajnu metodologiju specifikacije su dali Box i Jenkins (1976), na kojoj će se zasnivati dio rada koji se odnosi na univarijantne linearne modele. Koristeći se datom metodologijom mogu se veoma uspiješno specificirati modeli vremenskih serija poznatiji kao ARIMA modeli.

Naziv ARIMA izvodi se od[10]:

AR = autoregresivni
I = integrisani
MA = pokretnih sredina

U narednom dijelu rada će se dati pregled različitih verzija ARIMA modela i upoznati se sa konceptom stacionarnosti koji je od posebnog značaja u analizi vremenskih serija. Za vremensku seriju možemo reći da je stacionarna ukoliko se kreće po prepoznatljivoj putanji tokom vremena. Možemo govoriti o dva koncepta stacionarnosti:

1. Slaba stacionarnost
2. Stroga stacionarnost

1. U prvom slučaju kada govorimo o konceptu slabe stacionarnosti za seriju možemo reći da je slabo stacionarna ukoliko ispunjava sledeće uslove:

$$E(X_t) = \mu = const, t = 1,2, \dots$$
$$Var(X_t) = const, t = 1,2, \dots$$
$$Cov(X_t, X_{t-k}) = y(k), t = 1,2, \dots , k = 1,2, \dots$$

Serija je stacionarna, po konceptu slabe stacionarnosti, ukoliko su očekivana vrijednost i varijansa vremenske serije konstante, tj. ne mijenjaju svoju vrijednost sa protokom vremena, i kovarijansa između članova je u zavisnosti isključivo od njihovog međusobnog rastojanja, ali ne i od vremena.

[10] Asteriou, D., & Hall, S. G. (2006). Applied Econometrics: a modern approach using eviews and microfit. *PalgraveMcMillan, New York*, str. 230.

Ukoliko serija ne ispunjava neki od neophodnih uslova serija nije stacionarna.

2. U drugom slučaju za neku vremensku seriju možemo reći da je strogo stacionarna ukoliko pored ispunjavanja uslova slabe stacionarnosti za bilo koja dva prirodna broja n i k i bilo koju n-torku prirodnih brojeva slučajni nizovi imaju istu raspodjelu vjerovatnoća, iz čega zaključujemo da se svojstva serije ne mijenjaju tokom vremena.[11]

Ukoliko serija ne ispunjava bar neki od uslova slabe stacionarnosti za nju možemo reći da je nestacionarna serija. Diferenciranjem nekih nestacionarnih serija možemo dobiti stacionarne serije, pa za takve serije kažemo da su integrisane.
Najjednostavniji stacionarni proces naziva se bijeli šum[12] sa sledećim svojstvima:

$$E(e_t) = 0, t = 1,2,3, \dots$$

$$Var(e_t) = const, t = 1,2,3, \dots$$

$$Cov(e_t, e_{t-k}) = 0, t = 1,2,3, \dots, k = 1,2, \dots$$

Očekivana vrijednost kod bijelog šuma je jednaka nuli, varijansa ima konstantnu vrijednost, vrijednost kovarijanse je jednaka nuli. Na osnovu datog zaključujemo da je bijeli šum slučajan proces koji ne odgovara slučajnoj grešci klasičnog linearnog regresionog modela.

Stacionarnost vremenske serije je važna zbog ekonometrijskih i statističkih razloga. Šokovi koji djeluju na stacionarnu seriju su prolaznog karaktera, tokom vremena efekti šokova se smanjuju i nestaju i serija se vraća na svoju dugoročnu putanju. Kao takva, dugoročna predviđanja serije će konvergirati ka prosjeku serije[13].

Kod nestacionarnih serija primjena standardne statističke procedure je nepouzdana u regresionoj analizi. Ocjene parametara regresionog modela dobijene primjenom metode običnih najmanjih kvadrata su pristrasne i nekonzistentne. Statističko zaključivanje zasnovano na t-odnosu i F-testu

[11] Prema Kovačić, Z. J. (1998). Analiza vremenskih serija. Ekonomski fakultet, str. 84-85
[12] Ruey S. Tsay, Analysis of Financial Time Series, (2005), str. 26.
[13] Asteriou, D., & Hall, S. G. (2006). Applied Econometrics: a modern approach using eviews and microfit. *PalgraveMcMillan, New York*, str. 231.

značajnosti koeficijenta determinacije nije tačno. Moguće su pojave besmislenih regresija sa visokim vrijednostima koeficijenta determinacije i t-odnosa između nestacionarnih vremenskih serija koje su u potpunosti nezavisne jedna od druge.

Kao najjednostavniji nestacionarni model možemo uzeti model slučajnog hoda (random walk model).

$$X_t = X_{t-1} + e_t$$

$$X_{t-1} = X_{t-2} + e_{t-1}$$

$$X_{t-2} = X_{t-3} + e_{t-2}$$

$$\dots$$

$$X_t = X_{t-1} + e_t = X_{t-2} + e_{t-1} + e_t = X_{t-3} + e_{t-2} + e_{t-1} + e_t =$$

$$= X_0 + e_1 + e_2 + e_3 + \ldots + e_{t-2} + e_{t-1} + e_t$$

$$X_0 = 0$$

$$X_1 = e_1, Var(X_1) = Var(e_1) = \sigma^2$$

$$X_2 = e_1 + e_2, Var(X_2) = Var(e_1 + e_2) = 2\sigma^2$$

$$\dots$$

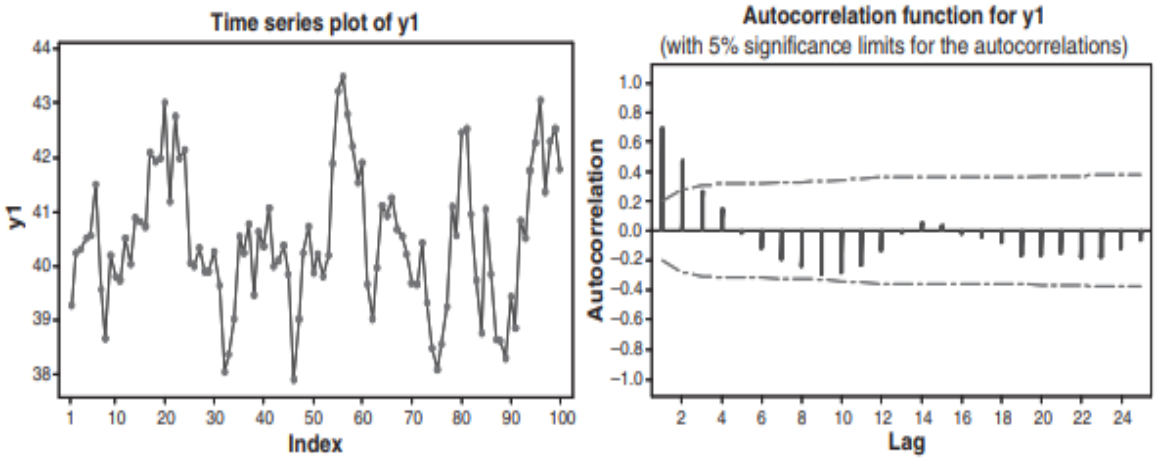
$$X_t = e_1 + e_2 + e_3 + \ldots + e_{t-2} + e_{t-1} + e_t$$

$$Var(x_1) = Var(e_1 + e_2 + \ldots + e_{t-2} + e_{t-1} + e_t) = t\sigma^2$$

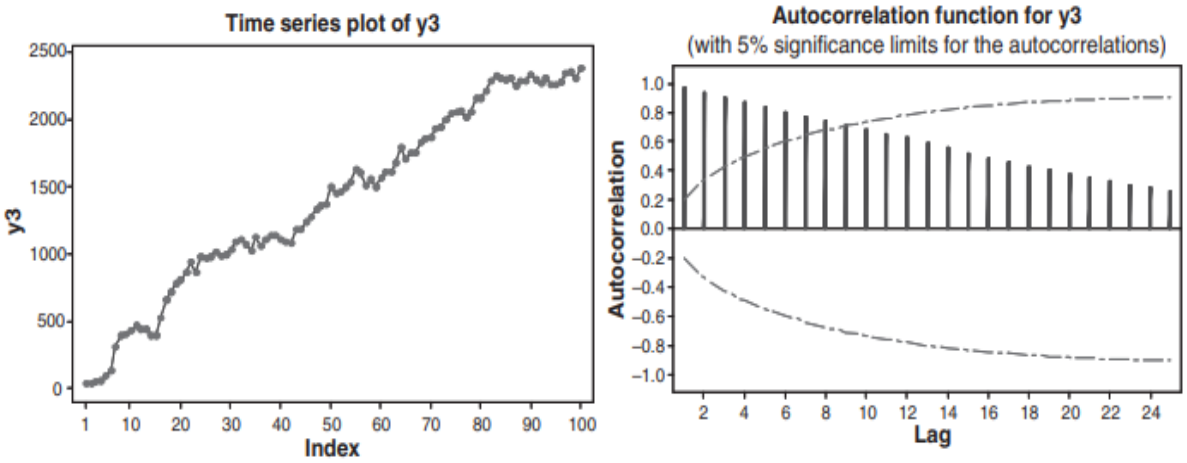
Model slučajnog hoda (random walk model) posjeduje jedinični korijen i serija nije stacionarna jer je pokazano da protokom vremena varijansa raste pa nije ispunjena jedna od osnovnih pretpostavki za stacionarnost serije. Model slučajnog hoda se često javlja kod vrijednosti akcija na berzi i stranih deviznih kurseva. Cijene akcija na berzi danas su često cijene akcija od juče uvećane (ili umanjene) za određenu vrijednost greške. Ukoliko vrijednosti cijena akcija ne berzi ne prate model slučajnog hoda, onda promjene na berzi postaju predvidljive i investitori imaju mogućnost predviđanja.[14]

[14] Ergün, U., & Göksu, A. (2013). Applied Econometrics with Eviews Applications. *Bosnia and*, str 209.

Grafičkim prikazom vrijednosti vremenske serije i prikazom autokorelacionih elemenata jasno je vidljiva razlika između stacionarne i nestacionarne serije, iako je u cilju utvrđivanja stacionarnosti serije potrebno sprovesti i odgovarajuće empirijske testove.



Grafik 1: Grafički prikaz stacionarne serije[15]



Grafik 2: Grafički prikaz nestacionarne serije[16]

U zavisnosti od toga da li je originalna serija stacionarna ili ne, može se govoriti o integrisanim (diferenciranim) modelima i modelima koji se koriste originalnim podacima.

[15] Montgomery, D., Jennings, C., Kulahci, M.: "Introduction to Time Series Analysis and Forecasting ",John Wiley & Sons. Inc, USA, 2008, str. 330.
[16] Montgomery, D., Jennings, C., Kulahci, M.: "Introduction to Time Series Analysis and Forecasting ",John Wiley & Sons. Inc, USA, 2008, str. 330.

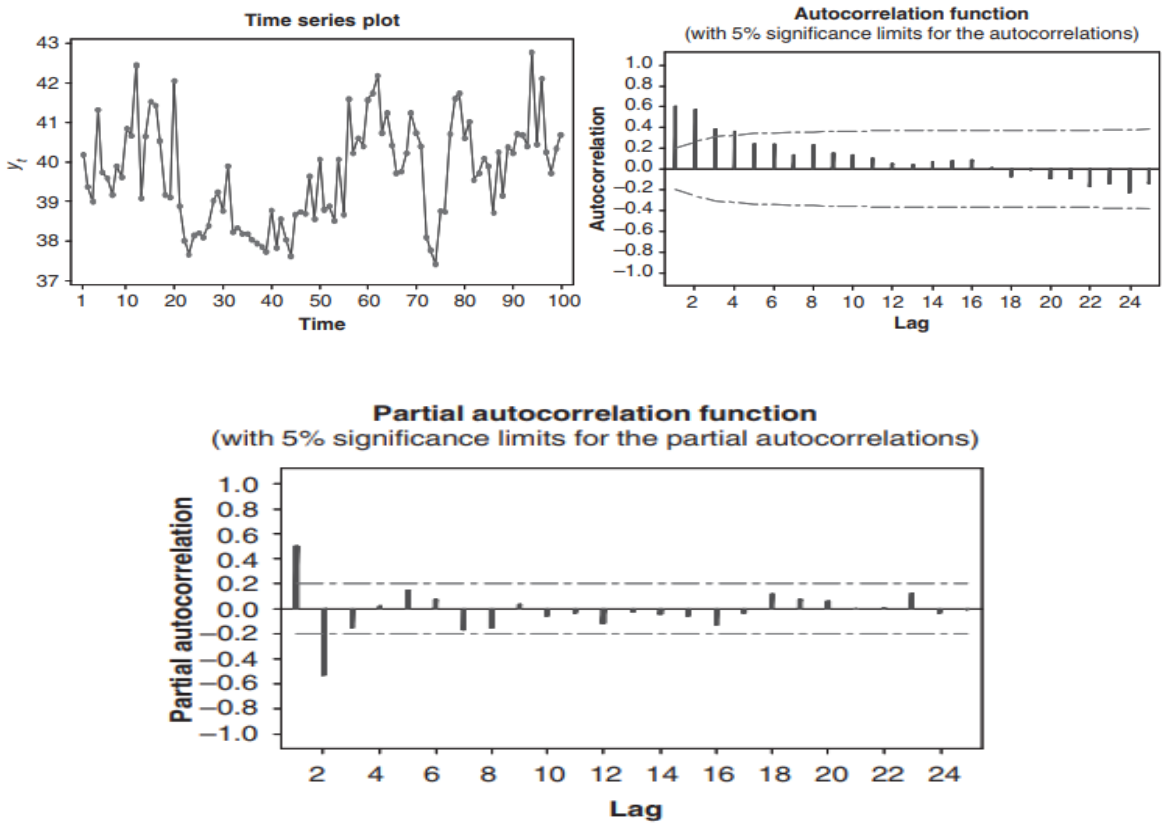
Autoregresivni modeli

Iz klase autoregresivnih modela najjednostavniji model je autoregresivni model prvog reda, u zapisu: $$Y_t = \theta \cdot Y_{t-1} + \mu_t$$

Poštujući uslov da je $|\theta| < 1$, μ_t predstavlja slučajnu grešku modela i ima osobine Gausovog bijelog šuma. Na osnovu prethodnog modela, poštujući analogiju može se odrediti autoregresivni model drugog reda: $$Y_t = \theta_1 \cdot Y_{t-1} + \theta_2 \cdot Y_{t-2} + \mu_t$$

Kao i model reda p: $$Y_t = \theta_1 \cdot Y_{t-1} + \theta_2 \cdot Y_{t-2} + \cdots + \theta_P \cdot Y_{t-p} + \mu_t$$

Kod autoregresivnih modela autokorelaciona funkcija (ACF) opada tokom vremena po prepoznatljivoj eksponencijalnoj, oscilatornoj ili sinusoidnoj putanji, dok je parcijalna autokorelaciona funkcija (PACF) statistički značajana do docnje p (docnja p predstavlja red modela), a za docnje veće od p je jednaka nuli.



Grafik 3: Autoregresivni model[17]

[17] Montgomery, D., Jennings, C., Kulahci, M.: "Introduction to Time Series Analysis and Forecasting ",John Wiley & Sons. Inc, USA, 2008, str. 345-351

Modeli pokretnih prosjeka

Najjednostavniji model iz klase modela pokretnih sredina je model pokretnih sredina prvog reda, u oznaci MA(1): $Y_t = \vartheta \cdot u_{t-1} + u_t$

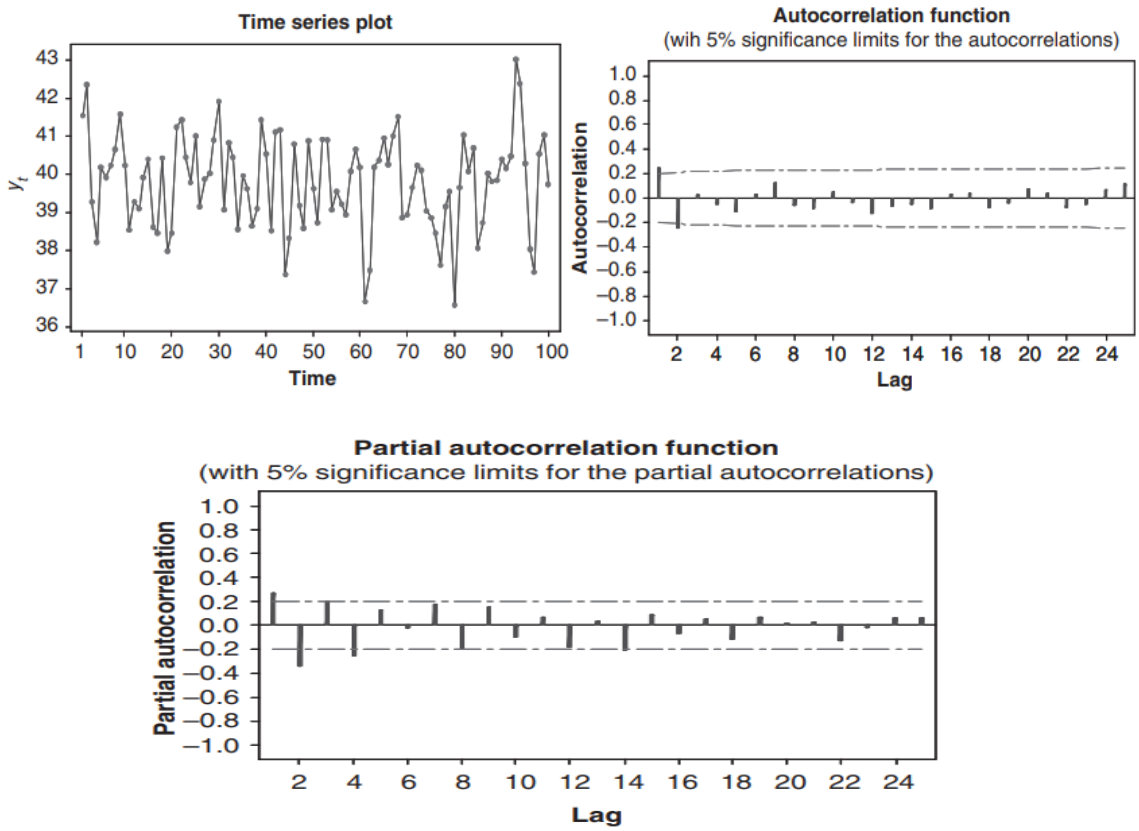
Slijedeći prethodno, model pokretnih sredina drugog reda, u oznaci MA(2):

$$Y_t = \vartheta_1 \cdot u_{t-1} + \vartheta_2 \cdot u_{t-2} + u_t$$

I model pokretnih sredina u opštem zapisu, model pokretnih sredina q-tog reda, u oznaci MA(q):

$$Y_t = \vartheta_1 \cdot u_{t-1} + \vartheta_2 \cdot u_{t-2} + \ldots + \vartheta_q \cdot u_{t-q} + u_t$$

Kod modela pokretnih sredina autokorelaciona funkcija (ACF) je statitički značajna do docnje q, dok je za docnje veće od reda q jednaka nuli. Parcijalna autokorelaciona funkcija opada tokom vremena po prepoznatljivoj eksponencijalnoj, oscilatornoj ili sinusoidnoj putanji.



Grafik 4: Model pokretnih sredina reda 2[18]

[18] Montgomery, D., Jennings, C., Kulahci, M.: "Introduction to Time Series Analysis and Forecasting ",John Wiley & Sons. Inc, USA, 2008, str. 337-351

Autoregresivni model pokretnih sredina

Nakon prezentacije autoregresivnih modela i modela pokretnih prosjeka može se govoriti i o njihovoj kombinaciji izraženoj kroz autoregresivne modele pokretnih prosjeka, u oznaci AR(I)MA(p,q). Autoregresivni model pokretnih prosjeka (sa ili bez potrebnog diferenciranja serije) u opštem zapisu možemo predstaviti kao:

$$Y_t = \theta_1 \cdot Y_{t-1} + \cdots + \theta_p \cdot Y_{t-p} + \vartheta_1 \cdot u_{t-1} + \cdots + \vartheta_q \cdot u_{t-q} + u_t$$

Ukoliko je u procesu specifikacije modela vršeno diferenciranje serija, kako bi se dobila tražena stacionarnost, govorimo o integrisanim autoregresivnim modelima pokretnih prosjeka, u oznaci ARIMA(p, d, q), gdje d predstavlja red integrisanosti modela.

Box i Jenkins su dali opšteprihvaćenu metodologiju specifikacije AR(I)MA modela kroz šest koraka:

1. Potrebno je ispitati stacionarnost posmatrane serije što predstavlja neophodan uslov specifikacije modela. Ukoliko je serija stacionarna može se preći na korak 3, ukoliko serija nije stacionarna ide se na korak 2.
2. Ispitati da li je prva diferenca posmatrane serije stacionarna.
3. Odrediti odgovarajući red ARIMA modela na osnovu vrijednosti ACF i PACF.
4. Ocijeniti odgovarajući ARIMA model.
5. a) Ispitati statističku značajnost parametara u modelu. Ukoliko parametri nisu značajni smanjiti p i/ili q red.

   b) Izračunati ACF i PACF reziduala modela, koji bi ukoliko je model dobro ocijenjen trebali biti blizu nuli.

   c) Na osnovu informacionih kriterijuma i prilagođenih koeficijenata determinacije donijeti odluku o najboljem modelu.
6. Ukoliko su promjene u originalnom modelu potrebne, vratiti se nazad na korak 6.[19]

Prethodno objašnjena Box-Jenkins metodologija će se koristiti u praktičnom dijelu rada gdje će se specificirati odgovarajući model za prognozu kretanja prosječne ponderisane kamatne stope u Crnoj Gori.

[19] Asteriou, D., & Hall, S. G. (2006). Applied Econometrics: a modern approach using EViews and microfit. *PalgraveMcMillan, New York*. str. 243.

1.3. Multivarijantni modeli vremenskih serija

Modeli vremenskih serija kojima je obuhvaćeno više od jedne serije jesu multivarijantni (višedemenzionalni) modeli. U ovim modelima se ponašanje zavisne promjenjive objašnjava djelovanjem većeg broja posmatranih serija, za razliku od univarijatnih (jednodimenzionalnih) modela gdje se ponašanje zavisne promjenjive objašnjava uticajem prethodnih vrijednosti jedne serije.

Vektorski autoregresivni model, kao najzastupljeniji i najčešće korišteni model iz ove klase modela, će biti predmet dalje analize. U procesu specifikacije VAR modela teži se što manjem broju korištenih serija (najčešće dvije ili tri) i što manjem broju docnji, iako sama odluka o broju korištenih serija i broju docnji zavisi od konkretnog slučaja i ocjene istraživača. U modelu se ne pravi oštra razlika između endogenih i egzogenih varijabli, pa se sve varijable posmatraju kao endogene[20].

Dakle, kada nijesmo sigurni da je varijabla zaista egzogena, svaka se mora tretirati simetrično. Uzmimo na primjer vremenske serije y_e na koje uticaj imaju sadašnje i prošle vrijednosti x i, istovremeno, vremenske serije x_t na koje uticaj imaju sadašnje i prošle vrijednosti y. U tom slučaju ćemo imati jednostavni multivarijantni model:

$$y_t = \beta_{10} - \beta_{12}x_t + y_{11}y_{t-1} + y_{12}x_{t-1} + u_{yt}$$

$$x_t = \beta_{20} - \beta_{21}y_t + y_{21}y_{t-1} + y_{22}x_{t-1} + u_{xt}$$

gdje se pretpostavlja da su i y_t i x_t stacionarni i da su u_{yt} i u_{xt} nekorelisane greške bijelog šuma. Prethodne jednačine čine VAR model prvog reda, jer je najduža dužina kašnjenja jedan vremenski period. Ove jednačine nisu redukovane forme jednačina jer y_t ima istovremeni uticaj na x, a x_t ima istovremeni uticaj na y_t. Kada se sistem prepiše upotrebom matrične algebre dobija se:

$$\begin{bmatrix} 1 & \beta_{12} \\ \beta_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{10} \\ \beta_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{yt} \\ u_{xt} \end{bmatrix}$$

ili

[20] Asteriou, D., & Hall, S. G. (2006). Applied Econometrics: a modern approach using eviews and microfit. *PalgraveMcMillan, New York*. str. 279.

$$\mathbf{B}\boldsymbol{z_t} = \mathbf{\Gamma_0} + \mathbf{\Gamma_1}\boldsymbol{z_{t-1}} + \boldsymbol{u_t}$$

gdje je:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & \beta_{12} \\ \beta_{21} & 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{z}_t = \begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix}, \mathbf{\Gamma}_0 = \begin{bmatrix} \beta_{10} \\ \beta_{20} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Gamma}_1 = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{21} \end{bmatrix} \; i \; \boldsymbol{u}_y = \begin{bmatrix} u_{yt} \\ u_{xt} \end{bmatrix}.$$

Kada obje strane pomnožimo sa B^{-1} dobija se:

$$\boldsymbol{z_t} = \mathbf{A_0} + \mathbf{A_1}\boldsymbol{z_{t-1}} + \boldsymbol{e_t}$$

gdje je: $\mathbf{A_0} = \mathbf{B^{-1}\Gamma_0}, \mathbf{A_1} = \mathbf{B^{-1}\Gamma_1} \; \boldsymbol{i} \; \boldsymbol{e_t} = \mathbf{B^{-1}}\boldsymbol{u_t}.$

U svrhu pojednostavljenja notacije može se označiti kao $\boldsymbol{a_{i0}}$ i-ti element vektora $\boldsymbol{A_0}$, $\boldsymbol{a_{ij}}$ element u redu $\boldsymbol{i}$ i kolini $\boldsymbol{j}$ matrice $\boldsymbol{A_1}$ i $\boldsymbol{e_{ij}}$ kao *i*-ti element vektora $\boldsymbol{e_t}$. Koristeći se ovim, sada se model može prepisatii kao:

$$y_t = a_{10} - a_{11}y_{t-1} + a_{12}x_{t-1} + e_{1t}$$

$$x_t = a_{20} - a_{21}y_{t-1} + a_{22}x_{t-1} + e_{2t}$$

Da bi se napravila razlika između originalnog VAR modela i sistema koji je upravo dobijen, prvi će se nazvati strukturalni ili primitivni VAR sistem, a drugi VAR u standardnoj ili redukovanoj varijanti. Važno je napomenuti da su nove greške $\boldsymbol{e_{1t}}$ i $\boldsymbol{e_{2t}}$, rezultat spajanja $\boldsymbol{u_{yt}}$ i $\boldsymbol{u_{xt}}$.

Za $e_t = \mathrm{B}^{-1}u_t$, može se izraziti $\boldsymbol{e_{1t}}$ i $\boldsymbol{e_{2t}}$ kao:

$$e_{1t} = (u_{yt} + \beta_{12}u_{xt})/(1 - \beta_{12}\beta_{21})$$

$$e_{2t} = (u_{xt} + \beta_{21}u_{yt})/(1 - \beta_{12}\beta_{21})$$

Kako su $\boldsymbol{u_{yt}}$ i $\boldsymbol{u_{xt}}$ procesi bijelog šuma, slijedi da su i $\boldsymbol{e_{1t}}$ i $\boldsymbol{e_{2t}}$, takođe procesi bijelog šuma[21].

[21] Asteriou, D., & Hall, S. G. (2006). Applied Econometrics: a modern approach using eviews and microfit. *PalgraveMcMillan, New York*. str. 279-280

Prilikom specifikacije modela, u zavisnosti od osobina posmatranih vremenskih serija, potrebno je pratiti sledeći algoritam kako bi se uspješno izvršila specifikacija adekvatnog multivarijantnog modela:

a) Ukoliko su serije x i y stacionarne, standardni statistički metodi zasnovani na autoregresivnim distribuiranim lagom (ARDL) se mogu koristiti za testiranje Granger kauzalnosti.
b) Ukoliko su serije x i y nestacionarne i kointegrisane, statistički metodi zasnovani na modelu sa korekcijom greške (ECM) se mogu koristiti za testiranje Granger kauzalnosti.
c) U vektorskim autoregresivnim modelima imamo po jednu jednačinu za svaku varijablu. U svakoj jednačini imamo po jednu zavisnu varijablu. Objašnjavajuće varijable su lagirane varijable svih posmatranih serija u istraživanju.
d) VAR modeli su pogodni za prognoziranje, i test Granger kauzalnosti je koristan za razumijevanje veza između nekoliko serija.
e) Ukoliko su varijable u VAR modelu stacionarne, metod običnih namanjih kvadrata (OLS) se može koristiti za ocjenu jednačina i mogu se primijeniti standardni statistički metodi (p-vrijednosti i t-statistike se mogu koristiti pri testiranju značajnosti varijabli).
f) Ukoliko su posmatrane varijable nestacionarne i integrisane, može se koristiti varijanta VAR modela koja se naziva VECM, vektorski model sa korekcijom greške. [22]

VAR modeli se često koriste kada se žele prognozirati buduće vrijednosti neke vremenske serije ili ispitati povezanost vremenskih serija. Prevenstveno zbog svoje jednostavnosti, fleksibilnosti i pogodnosti za upotrebu, u odnosu na složenije ekonometrijske modele, VAR modeli često imaju bolje prognostičke performanse i daju pogodniji prikaz veza i odnosa među serijama otkrivajući njihovu suštinu.

[22] Ergün, U., & Göksu, A. (2013). Applied Econometrics with Eviews Applications. *Bosnia and*, str 273.

2. Box-Jenkins pristup u modeliranju i prognozi kamatne stope

2.1. Empirijska baza podataka kretanja kamatne stope u Crnoj Gori

Kako bi se odgovorilo zadatku istraživanja, a u cilju ekonometrijske analize vremenske serije, modeliranju i prognozi kamatne stope, na primjeru Crne Gore, koristiće se podaci prikupljeni i publikovani od strane Centralne banke Crne Gore (CBCG[23]).

U skladu sa Zakonom o zvaničnoj statistici i sistemu zvanične statistike (član 10, „Sl. list Crne Gore“, br. 18/12), Centralna banka Crne Gore je proizvođač zvanične statistike u oblastima monetarne, finansijske, statistike bilansa plaćanja, statistike plaćanja sa inostranstvom, statistike privatnog spoljnjeg duga, kao i statistike koja je od značaja za ostvarivanje njenih funkcija, uz precizno razgraničenje od statističkih aktivnosti drugih proizvođača zvanične statistike.[24]

Statistika kamatnih stopa, u okviru ukupnih statističkih izvještaja Centralne banke Crne Gore, je posebno uređena zakonskom regulativom i u skladu je sa međunarodnim profesionalnim standardima iz date oblasti, kako bi se izbjegla nekonzistentnost i omogućilo kvalitetno izvještavanje.

Zakonom o Centralnoj banci Crne Gore ("Sl. list Crne Gore", br. 40/10, 46/10, 6/13 i 70/17), Zakonom o bankama ("Sl. list Crne Gore", br. 17/08, 44/10 i 40/11), Zakonom o finansijskom lizingu, faktoringu, otkupu potraživanja, mikrokreditiranju i kreditno-garantnim poslovima ("Službeni list Crne Gore", br. 73/17), Odlukom o izvještajima koji se dostavljaju Centralnoj banci Crne Gore („Sl.list Crne Gore”, br. 64/12 i 83/17), kao i Odlukom o kreditnom registru ("Sl.list Crne Gore", br. 27/11 i 64/12), Centralna banka Crne Gore je obavezna da izrađuje i prati statistiku kamatnih stopa banaka i mikrokreditnih finansijskih institucija.[25]

[23] http://www.cb-cg.org/index.php?mn1=o_nama (11.09.2018)
[24] http://www.cb-cg.org/index.php?mn1=statistika (11.09.2018)
[25] http://www.cb-cg.org/index.php?mn1=statistika&mn2=statistika_kamatnih_stopa (11.09.2018)

U dijelu statistike kamatnih stopa Centralna banka Crne Gore prati:

1. Statistiku kamatnih stopa banaka

   Statistika kamatnih stopa banaka uključuje statistiku prosječno ponderisanih aktivnih (nominalnih i efektivnih) kamatnih stopa po sektorima, namjeni i ročnosti na stanja po postojećim poslovima i na novoodobrene kredite, iznose novoodobrenih kredita kao i statistiku prosječno ponderisanih pasivnih kamatnih stopa.[26]

2. Statistiku kamatnih stopa mikrokreditnih finansijskih institucija

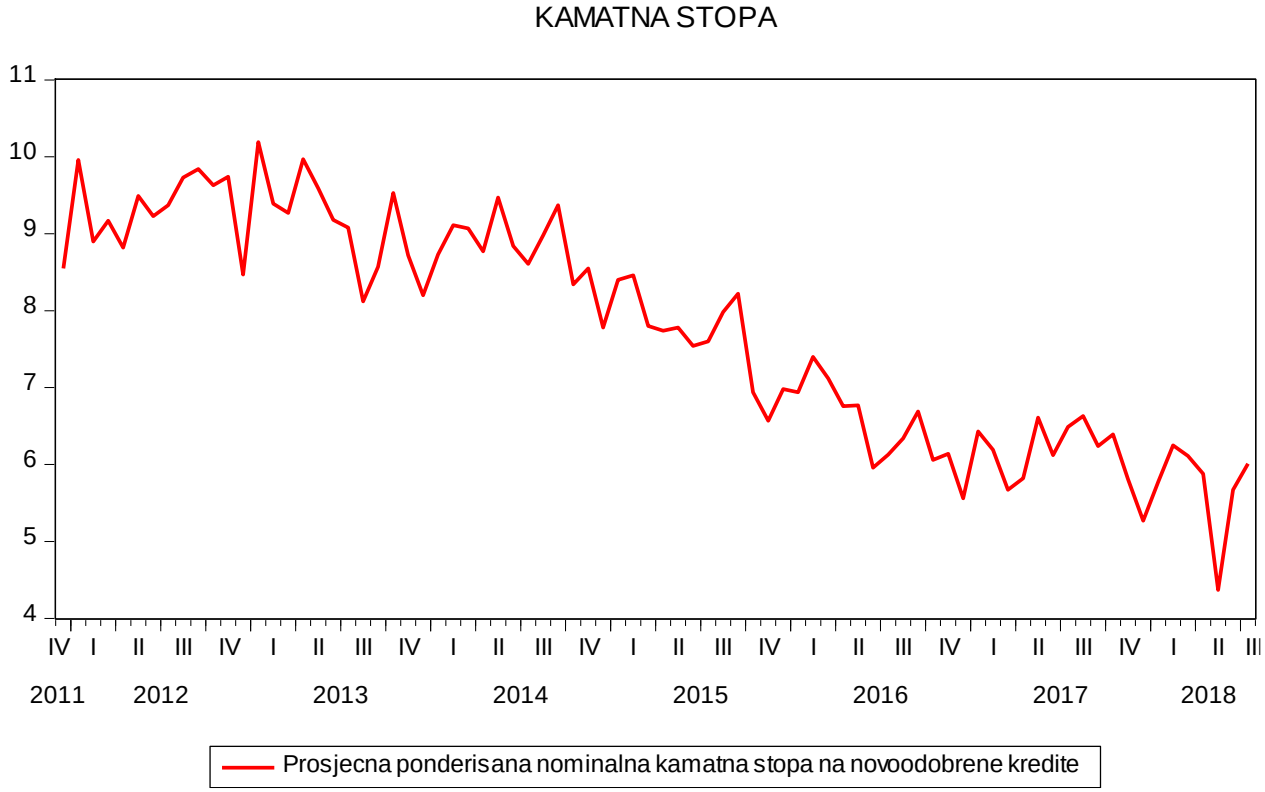
   Statistika kamatnih stopa mikrokreditnih finansijskih institucija uključuje statistiku prosječno ponderisanih aktivnih (nominalnih i efektivnih) kamatnih stopa po sektorima, namjeni i ročnosti na stanja po postojećim poslovima i na novoodobrene kredite, kao i iznose novoodobrenih kredita.[27]

Posebno se definiše sistem obračuna efektivne kamatne stope koji je utvrđen Odlukom o jedinstvenom načinu obračuna i iskazivanja efektivne kamatne stope na kredite i depozite („Sl. list Crne Gore" br. 51/13 i 52/14).[28]

[26] http://www.cb-cg.org/index.php?mn1=statistika&mn2=statistika_kamatnih_stopa (11.09.2018)
[27] http://www.cb-cg.org/index.php?mn1=statistika&mn2=statistika_kamatnih_stopa (11.09.2018)
[28] http://www.cb-cg.org/slike_i_fajlovi/fajlovi/fajlovi_brzi_linkovi/propisi/kontrola/odluka_eks_51_13.pdf (11.09.2018)

2.1.1. Kretanje kamatne stope u periodu od 2011. do 2018. godine

Kretanje kamatne stope će se pratiti od 12. mjeseca (decembra) 2011. godine (prvi publikovani podatak o kamatnoj stopi od strane CBCG) do 7. mjeseca (jula) 2018. godine (poslednji raspoloživi podatak). Pratiće se prosječna ponderisana aktivna nominalna kamatna stopa banaka na novoodobrene poslove na godišnjem nivou (80 podataka).

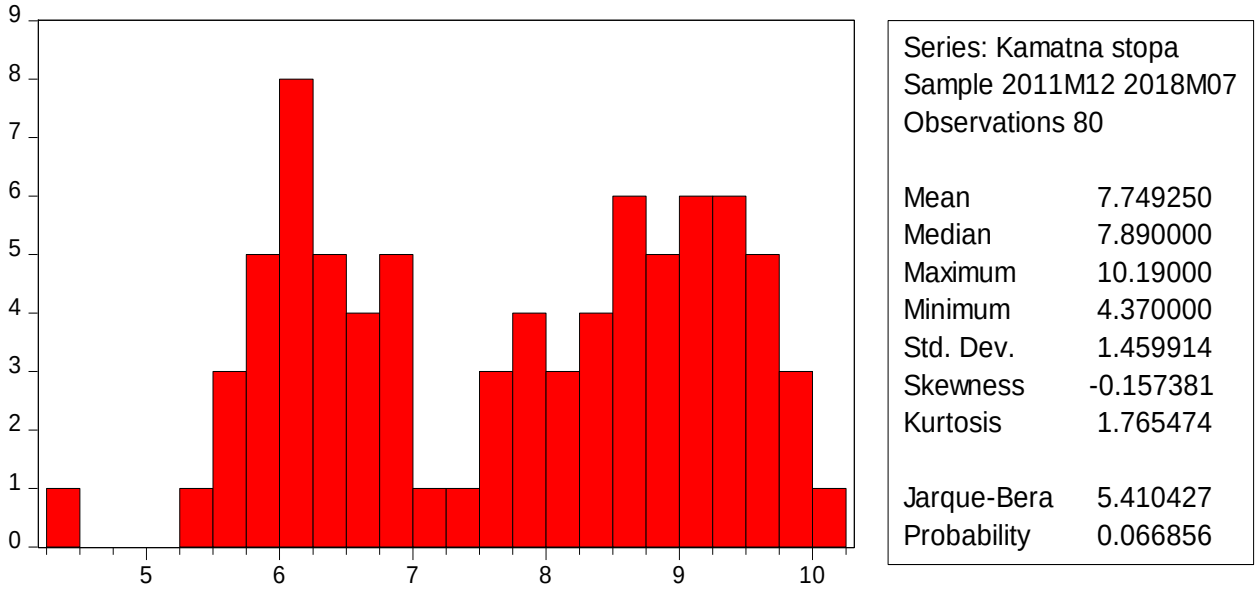


Grafik 5: Prosječna ponderisana kamatna stopa u periodu od 2011m12-2018m1

Na grafiku 5 vidimo da je tokom posmatranog perioda prisutan pad prosječne ponderisane nominalne kamatne stope na novoodobrene kredite, sa 8.55% u decembru 2011. godine na 6.01% u julu 2018. godine, što ne predstavlja ekstreme posmatrane serije.

U daljoj analizi vremensku seriju ćemo predstaviti u vidu histograma sa pripadajućim vrijednostima deskriptivne statistike koje će dati bolji opis posmatrane serije. Posebno je važno ispitivanje normalnosti raspodjele vremenske serije kao jednog od uslova uspješne ekonometrijske analize.

2.1.2. Ispitivanje normalnosti raspodjele



Grafik 6: Histogram prosječne ponderisane kamatne stope

Na grafiku 6 vidimo da se prosječna ponderisana nominalna kamatna stopa u posmatranom periodu kretala u intervalu od 4.37% (minimalna vrijednost) do 10.19% (maksimalna vrijednost), dok prosječna vrijednost iznosi 7.75%. Medijana (središnja vrijednost) serije iznosi 7.89% i nešto je veća od prosjeka serije što sugeriše da seriju karakteriše blaga negativna asimetrija (raspodjela je asimetrična u lijevo). Standardna devijacija iznosi 1.46, dok je koeficijent varijacije 18.84%, što govori da seriju karakteriše varijabilitet u određenom stepenu.

Koeficijent asimetrije je različit od 0 i iznosi -0.16 što govori o postojanju negativne asimetrije (asimetrije u lijevo). Koeficijent spljoštenosti koji je manji od kritične vrijednosti 3 u iznosu od 1.76 ukazuje da je serija više spljoštena od serije normalne raspodjele.

Jarque-Bera statistika u vrijednosti od 5.41 sa pripadajućom vjerovatnoćom 0.067 (što je veće od 0.05) ukazuje na to da se ne može odbaciti nulta hipoteza o normalnosti raspodjele serije, pa prihvatamo nultu hipotezu i zaključujemo da serija ima normalnu raspodjelu.

2.2. Ispitivanje stacionarnosti serije kamatne stope

U cilju ispitivanja stacionarnosti serije kamatne stope prvo će se ocijeniti autoregresivni model prvog reda kako bi se utvrdilo postojanje ili odsustvo autokorelacije i heteroskedastičnosti varijanse greške.

Tabela 1: Autoregresivni model prvog reda

Dependent Variable: KS
Method: Least Squares
Date: 09/12/18 Time: 10:27
Sample (adjusted): 2012M01 2018M07
Included observations: 79 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
KS(-1)	0.993305	0.008662	114.6699	0.0000

R-squared	0.827749	Mean dependent var	7.739114
Adjusted R-squared	0.827749	S.D. dependent var	1.466407
S.E. of regression	0.608605	Akaike info criterion	1.857281
Sum squared resid	28.89116	Schwarz criterion	1.887274
Log likelihood	-72.36261	Hannan-Quinn criter.	1.869297
Durbin-Watson stat	2.654325		

U modelu gdje je zavisna varijabla kamatna stopa tekućeg perioda, a nezavisna varijabla kamatna stopa sa docnjom 1 (kamatna stopa u prethodnom periodu) ispitujemo postojanje serijske autokorelacije.

Koeficijent uz nezavisnu promjenjivu ima vrijednost 0.99 što je veoma blizu 1 pa upućuje na vjerovatno postojanje autokorelacije u modelu. Koeficijent determinacije je 0.83 što govori da je 83% varijacija zavisne promjenjive objašnjeno modelom.

Durbin-Watson statistika sa vrijednošću 2.65 ukazuje na vjerovatno postojanje negativne autokorelacije u modelu. Potrebno je sprovesti dalje empirijske testove ispitivanja postojanja autokorelacije, kako bi se donijela ispravna odluka o izboru testa za ispitivanje stacionarnosti serije.

Ispitivanje postojanja autokorelacije će se izvršiti korišćenjem Breusch-Godfrey testa serijske korelacije čiji su rezultati dati u sledećoj tabeli.

Tabela 2: Breusch-Godfrey test autokorelacije

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	11.06120	Prob. F(2,76)	0.0001
Obs*R-squared	17.81112	Prob. Chi-Square(2)	0.0001

Test Equation:
Dependent Variable: RESID
Method: Least Squares
Date: 09/12/18 Time: 10:39
Sample: 2012M01 2018M07
Included observations: 79
Presample missing value lagged residuals set to zero.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
KS(-1)	0.003246	0.007754	0.418665	0.6766
RESID(-1)	-0.502273	0.110764	-4.534620	0.0000
RESID(-2)	-0.338051	0.114074	-2.963433	0.0041

R-squared	0.224620	Mean dependent var	0.019875
Adjusted R-squared	0.204215	S.D. dependent var	0.608276
S.E. of regression	0.542623	Akaike info criterion	1.652432
Sum squared resid	22.37744	Schwarz criterion	1.742411
Log likelihood	-62.27105	Hannan-Quinn criter.	1.688480
Durbin-Watson stat	2.048512		

Na osnovu rezultata sprovedenog testa, koji spada u grupu testova Lagranžovog multiplikatora, posmatrajući vjerovatnoću uz vrijednost proizvoda broja opservacija i koeficijenta determinacije možemo donijeti zaključak. Pripadajuća vjerovatnoća od 0.01% je značajno manja od kritične vrijednosti 5% pa zaključujemo da pravimo malu grešku ukoliko odbacimo nultu hipotezu o odsustvu autokorelacije u modelu i prihvatamo alternativnu hipotezu da u modelu postoji problem autokorelacije.

Usled postojanja problema autokorelacije, na osnovu teorijskih preporuka, odlučujemo se na korišćenje proširenog Dickey-Fuller testa jediničnog korijena. Grafičkim prikazom serije vidljivo je da seriju karakteriše jasan silazni trend i postojanje konstante u vidu presjeka sa y osom. Primijećeno postojanje trenda i konstante je značajno za sprovođenje Dickey-Fullerovog testa jediničnog korijena, pa se pomenuto zapažanje uključuje pri testiranju stacionarnosti vremenske serije.

Tabela 3: Prošireni Dickey-Fuller test serije kamatne stope

Null Hypothesis: KS has a unit root
Exogenous: Constant, Linear Trend
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=11)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-6.284154	0.0000
Test critical values:	1% level	-4.078420	
	5% level	-3.467703	
	10% level	-3.160627	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(KS)
Method: Least Squares
Date: 09/12/18 Time: 10:56
Sample (adjusted): 2012M01 2018M07
Included observations: 79 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
KS(-1)	-0.639340	0.101738	-6.284154	0.0000
C	6.471437	1.035378	6.250313	0.0000
@TREND("2011M12")	-0.038378	0.006454	-5.946428	0.0000

R-squared	0.342715	Mean dependent var	-0.032152
Adjusted R-squared	0.325418	S.D. dependent var	0.610073
S.E. of regression	0.501071	Akaike info criterion	1.493096
Sum squared resid	19.08146	Schwarz criterion	1.583075
Log likelihood	-55.97727	Hannan-Quinn criter.	1.529144
F-statistic	19.81361	Durbin-Watson stat	2.012170
Prob(F-statistic)	0.000000		

Na osnovu rezultata proširenog Dickey-Fuller testa možemo zaključiti da možemo odbaciti nultu hipotezu da serija ima jedinični korijen i nije stacionarna i prihvatiti alternativnu hipotezu o odsustvu jediničnog korijena u seriji i njenoj stacionarnosti. Zaključak izvodimo na osnovu vjerovatnoće koja iznosi 0% i koja je manja od kritične vrijednosti od 5%. Važno je uočiti da je serija kamatne stope trend stacionarna jer je karakteriše prisustvo trenda.

Potrebno je izvršiti detaljnije ispitivanje evidentiranog trenda u seriji kako bi se došlo do njegove preciznije specifikacije. Ispitaće se postojanje linearnog trenda, trenda kvadrata protoka vremena i postojanje njihovog zajedničkog djelovanja. U dodatku (tabela 1 i tabela 2) su dati modeli koji su korišteni pri ocjenjivanju trenda dok je tabelom 4 u nastavku predstavljen finalni model koji je po perfomansama najbolji.

Finalni model je superiorniji u odnosu na druge modele zbog veće vrijednosti prilagođenog koeficijenta determinacije i manje vrijednosti informacionih kriterijuma.

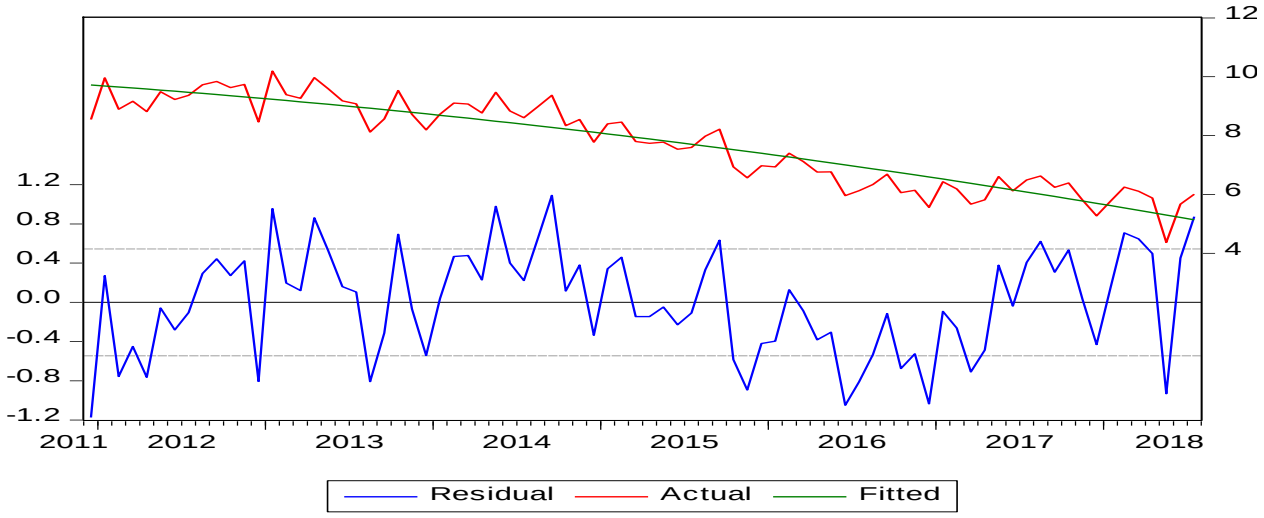
Tabela 4: Model trenda serije kamatne stope

Dependent Variable: KS
Method: Least Squares
Date: 09/12/18 Time: 13:17
Sample: 2011M12 2018M07
Included observations: 80

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	9.723223	0.178126	54.58624	0.0000
@TREND	-0.033494	0.010423	-3.213610	0.0019
@TREND^2	-0.000311	0.000128	-2.435977	0.0172

R-squared	0.864467	Mean dependent var	7.749250
Adjusted R-squared	0.860946	S.D. dependent var	1.459914
S.E. of regression	0.544401	Akaike info criterion	1.658517
Sum squared resid	22.82066	Schwarz criterion	1.747843
Log likelihood	-63.34067	Hannan-Quinn criter.	1.694330
F-statistic	245.5626	Durbin-Watson stat	1.273099
Prob(F-statistic)	0.000000		

Na osnovu rezultata modela možemo zaključiti da je trend opadajući (negativna vrijednost koeficijenta) dok negativna vrijednost koeficijenta uz kvadrirano vrijeme govori o konkavnosti trenda i postojanju maksimuma. Koeficijent determinacije u iznosu od 0.86 govori da je 86% varijacija zavisne promjenjive objašnjeno modelom. Durbin-Warson statistika sugeriše vjerovatno postojanje pozitivne autokorelacije.



Grafik 7: Reziduali, stvarne i ocijenjene vrijednosti modela trenda

Koristiće se White-ov test za ispitivanje heteroskedastičnosti u modelu (tabela 5).

Tabela 5: White-ov test heteroskedastičnosti

Heteroskedasticity Test: White

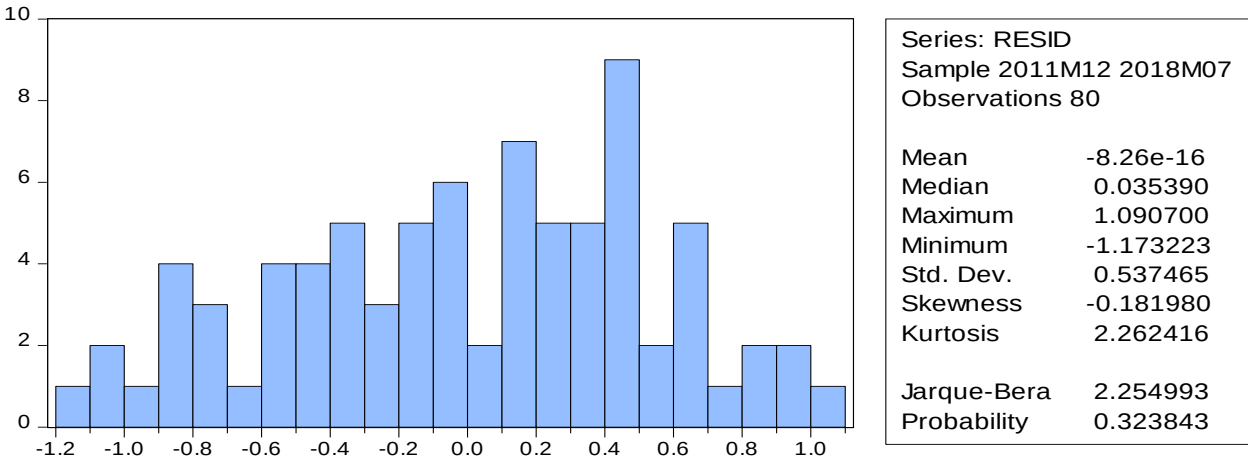
F-statistic	1.080627	Prob. F(4,75)	0.3722
Obs*R-squared	4.359427	Prob. Chi-Square(4)	0.3595
Scaled explained SS	2.549196	Prob. Chi-Square(4)	0.6358

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 09/13/18 Time: 09:30
Sample: 2011M12 2018M07
Included observations: 80

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.561173	0.167241	3.355472	0.0012
@TREND^2	0.002336	0.001544	1.513159	0.1344
@TREND*@TREND^2	-4.25E-05	2.95E-05	-1.443969	0.1529
@TREND	-0.049152	0.029726	-1.653510	0.1024
@TREND^2^2	2.62E-07	1.85E-07	1.419005	0.1600

R-squared	0.054493	Mean dependent var	0.285258
Adjusted R-squared	0.004066	S.D. dependent var	0.322531
S.E. of regression	0.321874	Akaike info criterion	0.631150
Sum squared resid	7.770228	Schwarz criterion	0.780027
Log likelihood	-20.24600	Hannan-Quinn criter.	0.690839
F-statistic	1.080627	Durbin-Watson stat	1.997589
Prob(F-statistic)	0.372222		

Na osnovu sprovedenog testa (uz rizik greške od 5%) može se zaključiti da ne možemo odbaciti nultu hipotezu. Potvrđujemo nultu hipotezu da u modelu ne postoji problem heteroskedastičnosti.



Grafik 8: Histogram reziduala modela trenda

Na osnovu histograma reziduala u modelu trenda koristeći vrijednost deskriptivne statistike, posebno Jarque-Bera statistike i p vjerovatnoće, uz rizik greške od 5% možemo zaključiti da ne možemo odbaciti nultu hipotezu. Potvrđuje se nulta hipoteza koja tvrdi da serija ima normalnu raspodjelu.

Tabela 6: Empirijski test normalnosti serije reziduala

Empirical Distribution Test for RESID
Hypothesis: Normal
Date: 09/13/18 Time: 09:47
Sample: 2011M12 2018M07
Included observations: 80

Method	Value	Adj. Value	Probability
Lilliefors (D)	0.067673	NA	> 0.1
Cramer-von Mises (W2)	0.067684	0.068107	0.2961
Watson (U2)	0.064059	0.064460	0.2933
Anderson-Darling (A2)	0.415877	0.419922	0.3255

Method: Maximum Likelihood - d.f. corrected (Exact Solution)

Parameter	Value	Std. Error	z-Statistic	Prob.
MU	-8.44E-16	0.060090	-1.40E-14	1.0000
SIGMA	0.537465	0.042758	12.56981	0.0000

Log likelihood	-63.34382	Mean dependent var.	-8.26E-16
No. of Coefficients	2	S.D. dependent var.	0.537465

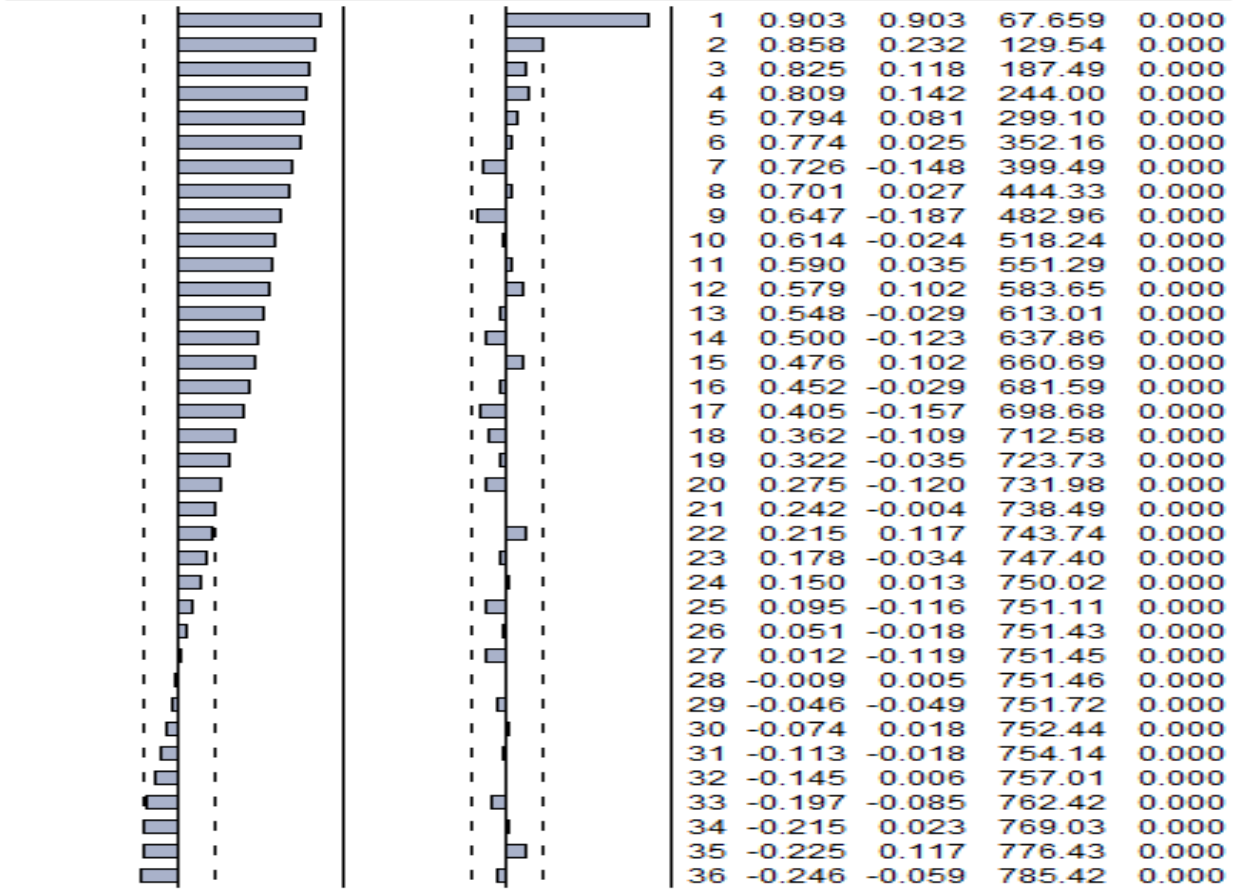
Empirijskim testom je potvrđeno, što je prethodno i zaključeno na osnovu histograma i deskriptivne statistike, da seriju reziduala u modelu karakteriše normalna raspodjela. Sve kritične vjerovatnoće su veće od 5%, pa se nulta hipoteza o normalnosti raspodjele serije ne može odbaciti. Uz odsustvo postojanja heteroskedastičnosti model trenda ispunjava još jednu poželjnu osobinu i ispunjava još jedan kriterijum valjanosti modela.

2.3. Specifikacija AR(I)MA modela

Nakon što je utvrđeno da seriju karakteriše normalna raspodjela i da je serija stacionarna u cilju specifikacije odgovarajućeg ARMA modela seriju je potrebno predstaviti u vidu korelograma.

Tabela 7: Korelogram serije kamatne stope

Date: 09/13/18 Time: 10:05
Sample: 2011M12 2018M07
Included observations: 80



Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.903	0.903	67.659	0.000
		2	0.858	0.232	129.54	0.000
		3	0.825	0.118	187.49	0.000
		4	0.809	0.142	244.00	0.000
		5	0.794	0.081	299.10	0.000
		6	0.774	0.025	352.16	0.000
		7	0.726	-0.148	399.49	0.000
		8	0.701	0.027	444.33	0.000
		9	0.647	-0.187	482.96	0.000
		10	0.614	-0.024	518.24	0.000
		11	0.590	0.035	551.29	0.000
		12	0.579	0.102	583.65	0.000
		13	0.548	-0.029	613.01	0.000
		14	0.500	-0.123	637.86	0.000
		15	0.476	0.102	660.69	0.000
		16	0.452	-0.029	681.59	0.000
		17	0.405	-0.157	698.68	0.000
		18	0.362	-0.109	712.58	0.000
		19	0.322	-0.035	723.73	0.000
		20	0.275	-0.120	731.98	0.000
		21	0.242	-0.004	738.49	0.000
		22	0.215	0.117	743.74	0.000
		23	0.178	-0.034	747.40	0.000
		24	0.150	0.013	750.02	0.000
		25	0.095	-0.116	751.11	0.000
		26	0.051	-0.018	751.43	0.000
		27	0.012	-0.119	751.45	0.000
		28	-0.009	0.005	751.46	0.000
		29	-0.046	-0.049	751.72	0.000
		30	-0.074	0.018	752.44	0.000
		31	-0.113	-0.018	754.14	0.000
		32	-0.145	0.006	757.01	0.000
		33	-0.197	-0.085	762.42	0.000
		34	-0.215	0.023	769.03	0.000
		35	-0.225	0.117	776.43	0.000
		36	-0.246	-0.059	785.42	0.000

Na osnovu korelograma serije kamatne stope jasno se vidi da vrijednost autokorelacionog elementa opada u funkciji vremena po prepoznatljivoj putanji, dok su vrijednosti parcijalnih autokorelacionih elemenata značajne na manjem broju početnih nivoa. Potrebno je u specifikaciji modela uključiti autoregresivnu komponentu prvog, drugog i viših redova.

2.3.1. Specifikacija autoregresivnog modela

Model koji je specificiran na osnovu korelograma na strani nezavisnih varijabli sadrži konstantu, autoregresivni element prvog reda i trend. Na osnovu grafičkog prikaza stvarnih vrijednosti, modelom ocijenjenih vrijednosti i reziduala, a i na osnovu grafičkog prikaza originalne serije uočeno je da je tokom posmatranog perioda u 12. mjesecu primijetan značajan pad prosječne ponderisane kamatne stope u svakoj godini u odnosu na prethodni mjesec i prosjek serije.

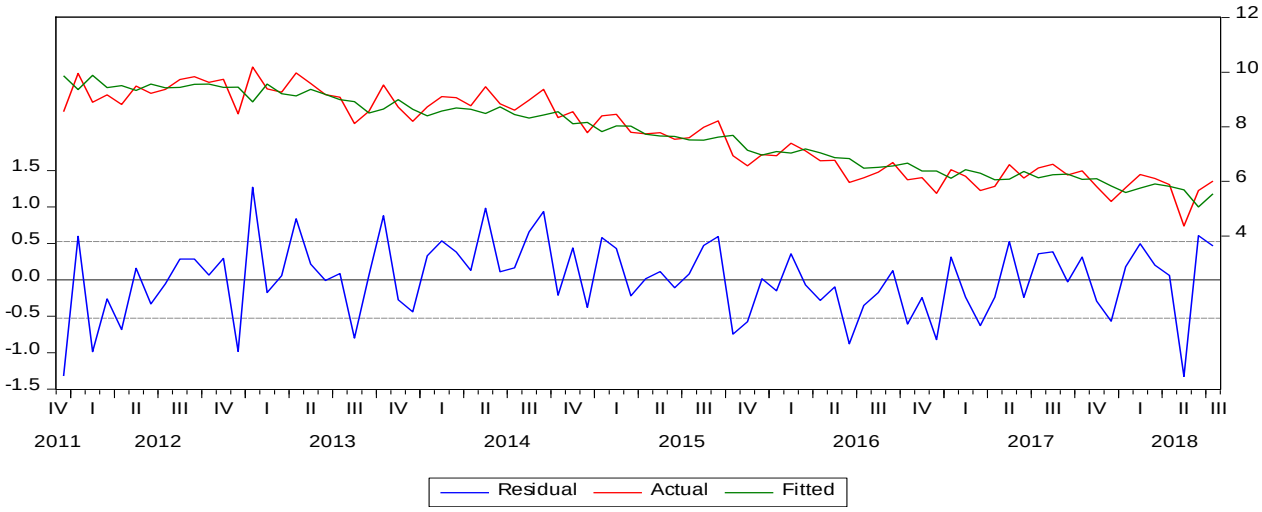
Tabela 8: Autoregresivni model kamatne stope sa trendom

Dependent Variable: KS
Method: ARMA Maximum Likelihood (BFGS)
Date: 09/13/18 Time: 12:19
Sample: 2011M12 2018M07
Included observations: 80
Convergence achieved after 6 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	9.986464	0.146256	68.28088	0.0000
@TREND	-0.056829	0.003440	-16.52207	0.0000
AR(1)	0.395232	0.112895	3.500871	0.0008
SIGMASQ	0.263300	0.041998	6.269294	0.0000

R-squared	0.874899	Mean dependent var	7.749250
Adjusted R-squared	0.869961	S.D. dependent var	1.459914
S.E. of regression	0.526458	Akaike info criterion	1.605539
Sum squared resid	21.06400	Schwarz criterion	1.724640
Log likelihood	-60.22156	Hannan-Quinn criter.	1.653290
F-statistic	177.1704	Durbin-Watson stat	2.068307
Prob(F-statistic)	0.000000		

Inverted AR Roots	.40



Grafik 9: Reziduali, originalne i autoregresivnim modelom predviđene vrijednosti

Uključivanjem vještačke varijable u model koja svoje djelovanje ispoljava u 12. mjesecu svake godine želi se povećati prilagođenost modela stvarnim podacima.

Tabela 9: AR(1) model kamatne stope sa trendom i vještačkom promjenjivom

Dependent Variable: KS
Method: ARMA Conditional Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/17/18 Time: 17:19
Sample (adjusted): 2012M01 2018M01
Included observations: 73 after adjustments
Convergence achieved after 4 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	10.22919	0.206761	49.47348	0.0000
@TREND	-0.061021	0.004768	-12.79874	0.0000
@MONTH=12	-0.641669	0.161284	-3.978513	0.0002
AR(1)	0.482318	0.102091	4.724417	0.0000

R-squared	0.903004	Mean dependent var	7.905479
Adjusted R-squared	0.898787	S.D. dependent var	1.388229
S.E. of regression	0.441652	Akaike info criterion	1.256645
Sum squared resid	13.45888	Schwarz criterion	1.382150
Log likelihood	-41.86756	Hannan-Quinn criter.	1.306661
F-statistic	214.1232	Durbin-Watson stat	2.187092
Prob(F-statistic)	0.000000		

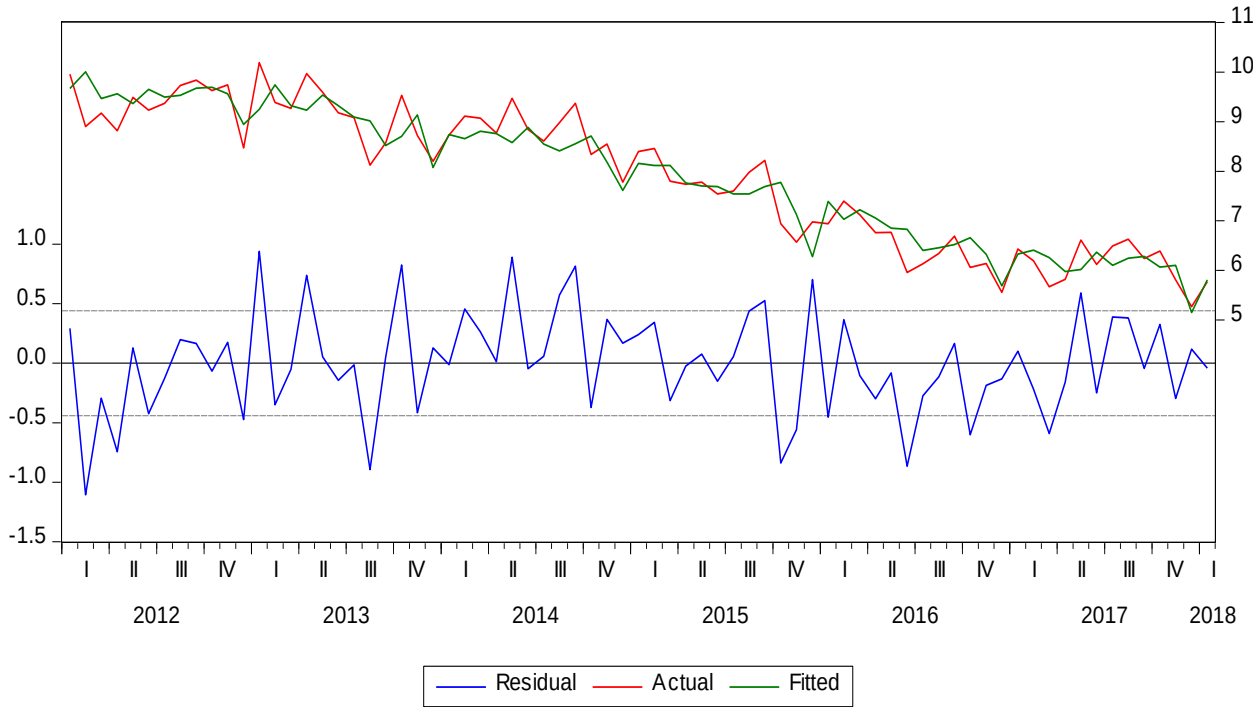
Inverted AR Roots	.48

U specificiranom modelu zavisna varijabla u oznaci KS (prosječna ponderisana kamatna stopa na novodobrene kredite) zavisi od vrijednosti kamatne stope u prethodnom periodu, djelovanja trenda i uticaja vještačke promjenjive. Sve nezavisne varijable u modelu su statistički značajne, pripadajuća vjerovatnoća je značajno manja od 5%. Možemo odbaciti nultu hipotezu i prihvatiti alternativnu po kojoj su varijable značajne i različite od 0.

Konstanta u modelu ima vrijednost 10.23 i govori o autonomnom nivou kamatne stope kada drugi faktori ne djeluju. Koeficijent uz nezavisnu promjenjivu AR(1) iznosi 0.48 što govori da jedinična promjena nezavisne promjenjive AR(1) dovodi do promjene kamatne stope u prosjeku za 0.48 jedinica u istom smjeru. Koeficijent uz vještačku promjenjivu iznosi -0.64 što govori da u periodu djelovanja vještačka promjenjiva utiče na smanjenje kamatne stope u prosjeku za 0.61 jedinice. Koeficijent trenda je negativan što govori o opadajućem trendu i smanjenju prosječne kamatne stope tokom protoka vremena u prosjeku za 0.60 jedinica.

Koeficijent determinacije od 0.90 govori da je 90% varijacija zavisne promjenjive objašnjeno modelom, pa je sa stanovišta tog kriterijuma model dobar, što potvrđuje i F-statistika.

Standardna greška regresije iznosi 0.44, dok je suma kvadrata reziduala 13.46. Log likelihood funkcija iznosi -41.87. Durbin-Watson statistika iznosi 2.19, što je približno jednako 2, pa u modelu vjerovatno ne postoji problem autokorelacije reziduala. Autokorelacija će se detaljno ispitati empirijskim testom. Standardna devijacija (prosječno odstupanje vrijednosti kamatne stope od prosjeka) iznosi približno 1.39.



Grafik 10: Reziduali, originalne i modelom AR(1) predviđene vrijednosti

Na grafiku vidimo kretanje stvarne i modelom predviđene vrijednosti kamatne stope, kao i kretanje reziduala u posmatranom periodu od decembra 2012. godine do januara 2018. godine.

Potrebno je izvšiti testiranje postojanja autokorelacije i heteroskedastičnosti reziduala specificiranog modela, kako bi se utvrdilo da li je se model može koristiti u daljoj analizi. Za to će biti korišteni Breusch-Godfrey test za testiranje postojanja autokorelacije u modelu i Breusch-Pagan-Godfrey test za testiranje postojanja problema heteroskedastičnosti reziduala u modelu. Postojanje problema autokorelacije ili heteroskedastičnosti u modelu ima negativne posledice po model i dalju analizu sa statističkog i ekonometrijskog stanovišta.

Tabela 10: Breusch-Godfrey test autokorelacije reziduala u AR(1) modelu

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	2.262434	Prob. F(2,67)	0.1120
Obs*R-squared	4.618189	Prob. Chi-Square(2)	0.0994

Test Equation:
Dependent Variable: RESID
Method: Least Squares
Date: 09/17/18 Time: 17:23
Sample: 2012M01 2018M01
Included observations: 73
Coefficient covariance computed using outer product of gradients
Presample missing value lagged residuals set to zero.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.127441	0.212265	0.600385	0.5503
@TREND	-0.002345	0.004820	-0.486568	0.6282
@MONTH=12	-0.093283	0.164571	-0.566826	0.5727
AR(1)	0.601721	0.307791	1.954966	0.0548
RESID(-1)	-0.733293	0.347132	-2.112433	0.0384
RESID(-2)	-0.277227	0.192391	-1.440957	0.1543

R-squared	0.063263	Mean dependent var	1.54E-09
Adjusted R-squared	-0.006643	S.D. dependent var	0.432353
S.E. of regression	0.433786	Akaike info criterion	1.246087
Sum squared resid	12.60743	Schwarz criterion	1.434344
Log likelihood	-39.48219	Hannan-Quinn criter.	1.321111
F-statistic	0.904974	Durbin-Watson stat	2.062055
Prob(F-statistic)	0.483197		

Na osnovu rezultata sprovedenog Breusch-Godfrey testa, koji spada u grupu testova Lagranžovog multiplikatora, posmatrajući vjerovatnoću uz vrijednost proizvoda broja opservacija i koeficijenta determinacije zaključujemo da ne možemo odbaciti nultu hipotezu. Vjerovatnoća od 0.09 je značajno veća od kritične vrijednosti 0.05 pa možemo zaključiti da potvrđujemo nultu hipotezu i odbacujemo alternativnu. Zaključujemo da u modelu ne postoji problem autokorelacije uz rizik greške od 5%.

Tabela 11: Breusch-Pagan-Godfrey test heteroskedastičnosti reziduala modela AR(1)

Heteroskedasticity Test: Breusch-Pagan-Godfrey

F-statistic	1.235425	Prob. F(2,70)	0.2970
Obs*R-squared	2.488890	Prob. Chi-Square(2)	0.2881
Scaled explained SS	2.225791	Prob. Chi-Square(2)	0.3286

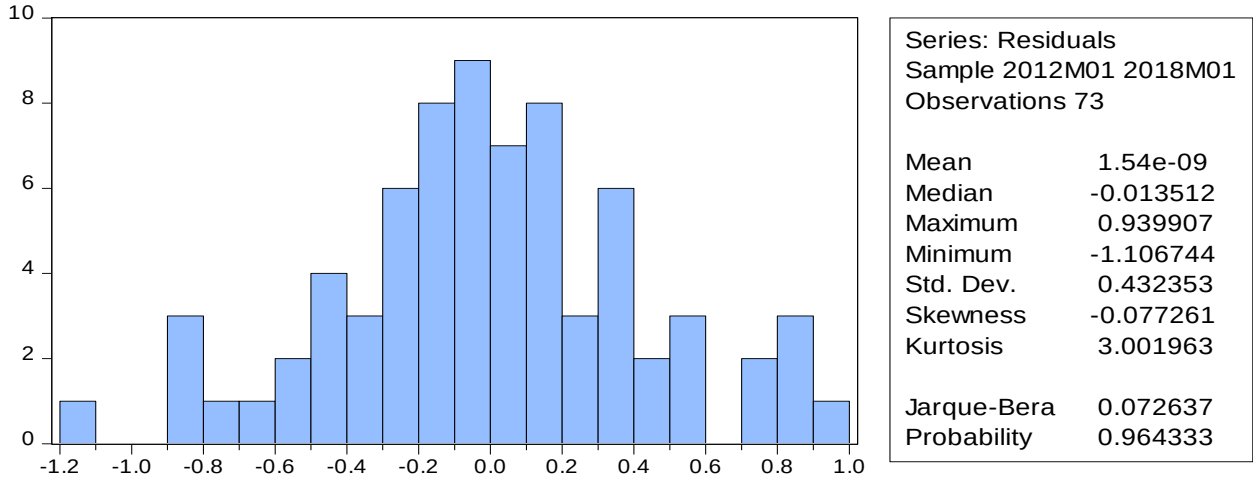
Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 09/17/18 Time: 17:24
Sample: 2012M01 2018M01
Included observations: 73

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.268297	0.062153	4.316723	0.0001
@TREND	-0.002169	0.001458	-1.487486	0.1414
@MONTH=12	-0.044881	0.111851	-0.401260	0.6895

R-squared	0.034094	Mean dependent var	0.184368
Adjusted R-squared	0.006497	S.D. dependent var	0.262669
S.E. of regression	0.261815	Akaike info criterion	0.197867
Sum squared resid	4.798279	Schwarz criterion	0.291995
Log likelihood	-4.222134	Hannan-Quinn criter.	0.235379
F-statistic	1.235425	Durbin-Watson stat	2.258874
Prob(F-statistic)	0.296971		

Drugi test koji je neophodno sprovesti jeste Breusch-Pagan-Godfrey test heteroskedastičnosti reziduala u modelu. Na osnovu sprovedenog testa i pripadajuće vjerovatnoće u iznosu od približno 0.29, koja je veća od kritične vrijednosti 0.05, možemo zaključiti da ne možemo odbaciti nultu hipotezu. Zaključujem da potvrđujemo nultu hipotezu i da u modelu ne postoji problem heteroskedastičnosti reziduala uz rizik greške od 5%.

Ispitivanje normalnosti raspodjele reziduala jeste sledeći korak u analizi modela. U cilju date analize daće se histogramski pregled serije reziduala sa izračunatom vrijednosti Jarque-Bera statistike i vjerovatnoće, kao i testiranje normalnosti raspodjele reziduala odgovarajućim empirijskim testom.



Grafik 11: Histogram i deskriptivna statistika rezidula modela AR(1)

Na osnovu Jarque-Bera statistike i pripadajuće vjerovatnoće zaključujemo da serija reziduala ima normalnu raspodjelu uz rizik greške od 5% (uslov 0.96>0.05).

Tabela 12: Empirijski test normalnosti raspodjele rezidula u modelu AR(1)

Empirical Distribution Test for RESIDA
Hypothesis: Normal
Date: 09/17/18 Time: 17:28
Sample (adjusted): 2012M01 2018M01
Included observations: 73 after adjustments

Method	Value	Adj. Value	Probability
Lilliefors (D)	0.055121	NA	> 0.1
Cramer-von Mises (W2)	0.034519	0.034756	0.7753
Watson (U2)	0.034445	0.034680	0.7338
Anderson-Darling (A2)	0.229815	0.232273	0.8004

Method: Maximum Likelihood - d.f. corrected (Exact Solution)

Parameter	Value	Std. Error	z-Statistic	Prob.
MU	1.54E-09	0.050603	3.04E-08	1.0000
SIGMA	0.432353	0.036029	12.00000	0.0000

Log likelihood	-41.87102	Mean dependent var.	1.54E-09
No. of Coefficients	2	S.D. dependent var.	0.432353

Empirijski test daje iste rezultate, odnosno potvrđuje normalnost raspodjele. Vjerovatnoća je značajno veća od kritične vrijednosti 5% pa ne možemo odbaciti nultu hipotezu o normalnosti raspodjele reziduala serije.

2.3.2. Specifikacija autoregresivnog modela pokretnih sredina

Uključivajući u model autoregresivne članove višeg reda i članove pokretnih sredina specificiran je novi autoregresivni model pokretnih sredina ARMA (2,1).

Tabela 13: ARMA(2,1) model kamatne stope

Dependent Variable: KS
Method: ARMA Conditional Least Squares (BFGS / Marquardt steps)
Date: 09/17/18 Time: 17:29
Sample (adjusted): 2012M07 2018M01
Included observations: 67 after adjustments
Convergence achieved after 27 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients
MA Backcast: 2012M06

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	10.57593	0.286004	36.97830	0.0000
@TREND	-0.067853	0.005871	-11.55714	0.0000
@MONTH=12	-0.665852	0.164006	-4.059916	0.0001
AR(1)	0.925842	0.149736	6.183147	0.0000
AR(7)	-0.068542	0.058939	-1.162939	0.2494
MA(1)	-0.731715	0.220356	-3.320604	0.0015

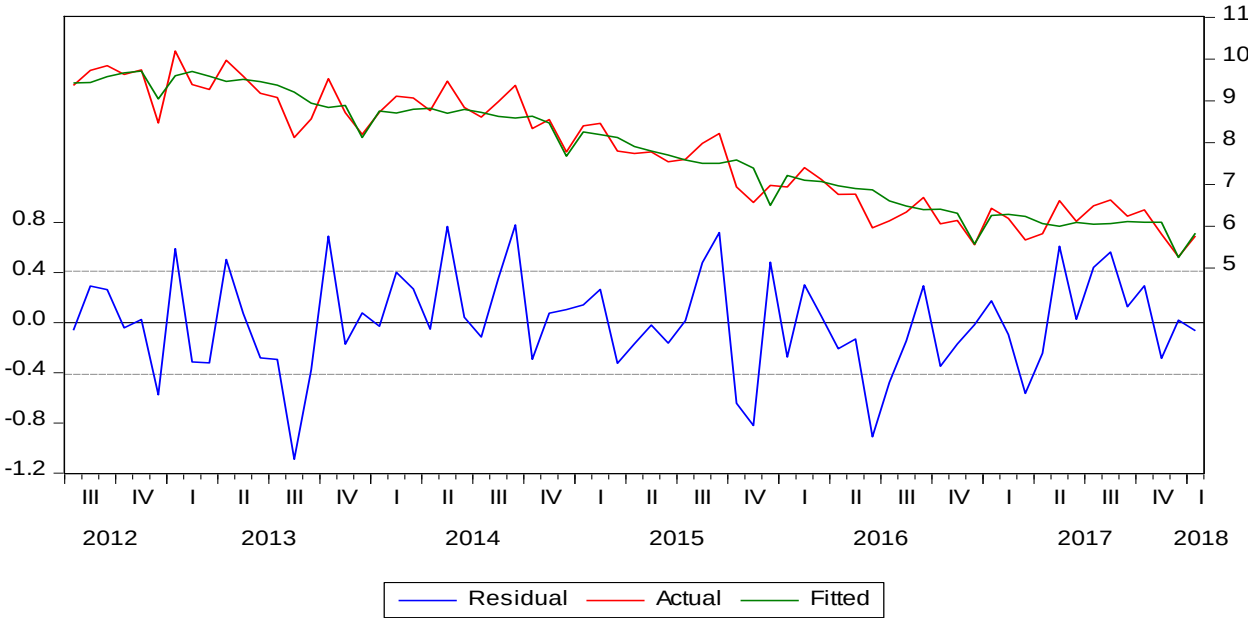
R-squared	0.917994	Mean dependent var	7.784030
Adjusted R-squared	0.911273	S.D. dependent var	1.380921
S.E. of regression	0.411337	Akaike info criterion	1.146478
Sum squared resid	10.32108	Schwarz criterion	1.343913
Log likelihood	-32.40700	Hannan-Quinn criter.	1.224603
F-statistic	136.5703	Durbin-Watson stat	1.870392
Prob(F-statistic)	0.000000		

Inverted AR Roots	.84+.15i	.84-.15i	.25+.60i	.25-.60i
	-.34+.51i	-.34-.51i	-.60	
Inverted MA Roots	.73			

U specificiranom modelu koji je dobijen uključivanjem autoregresivnog člana višeg reda AR(7) i člana pokretnih sredina MA(1) uz autoregresivni član prvog reda AR(1), konstantu, vještačku promjenjivu i trend, koji su prisutni i u prethodnom modelu, dobijen je model gdje su sve nezavisne promjenjive statistički značajne i čiji je prilagođeni koeficijent determinacije veći od prethodnog.

Koeficijent determinacije iznosi 0.92 što govori da je 92% varijacija zavisne promjenjeive objašnjeno modelom. F statistika u iznosu od 136.57 sa p vjerovatnoćom od 0.00 (0%) govori da možemo odbaciti nultu hipotezu i prihvatiti alternativnu koja tvrdi da je model statistički značajan.

Na osnovu Durbin-Watson statistike, koja iznosi 1.87, možemo zaključiti da u modelu vjerovatno ne postoji problem autokorelacije, što ćemo istipati sprovodeći Breuch-Godfrey test.



Grafik 12: Reziduali, originalne i modelom ARMA(2,1) predviđene vrijednosti

Tabela 14: Breusch-Godfrey test autokorelacije u modelu ARMA(2,1)

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	0.687215	Prob. F(2,59)	0.5070
Obs*R-squared	1.525262	Prob. Chi-Square(2)	0.4664

Test Equation:
Dependent Variable: RESID
Method: Least Squares
Date: 09/17/18 Time: 17:32
Sample: 2012M07 2018M01
Included observations: 67
Coefficient covariance computed using outer product of gradients
Presample missing value lagged residuals set to zero.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.002061	0.289589	-0.007116	0.9943
@TREND	5.25E-05	0.005918	0.008868	0.9930
@MONTH=12	0.006503	0.171213	0.037982	0.9698
AR(1)	-0.018231	0.217892	-0.083670	0.9336
AR(7)	0.002720	0.069075	0.039377	0.9687
MA(1)	0.087094	0.470998	0.184913	0.8539
RESID(-1)	0.007970	0.301922	0.026398	0.9790
RESID(-2)	-0.177400	0.216656	-0.818809	0.4162

R-squared	0.022677	Mean dependent var	0.003719
Adjusted R-squared	-0.093276	S.D. dependent var	0.395431
S.E. of regression	0.413462	Akaike info criterion	1.183151
Sum squared resid	10.08612	Schwarz criterion	1.446398
Log likelihood	-31.63555	Hannan-Quinn criter.	1.287318
F-statistic	0.195573	Durbin-Watson stat	1.978382
Prob(F-statistic)	0.985266		

Na osnovu testa autokorelacije i vjerovatnoće od 0.46 možemo donijeti odluku o prihvatanju nulte hipoteze (0.46 > 0.05) uz rizik greške od 5%. Prihvatanjem nulte hipoteze zaključujemo da u modelu ne postoji problem autokorelacije. Sledeći korak u analizi jeste ispitivanje postojanja problema heteroskedastičnosti u ARMA(2,1) modelu za šta će biti korišten Glejser-ov test.

Tabela 15: Glejser-ov test heteroskedastičnosti reziduala modela ARMA(2,1)

Heteroskedasticity Test: Glejser

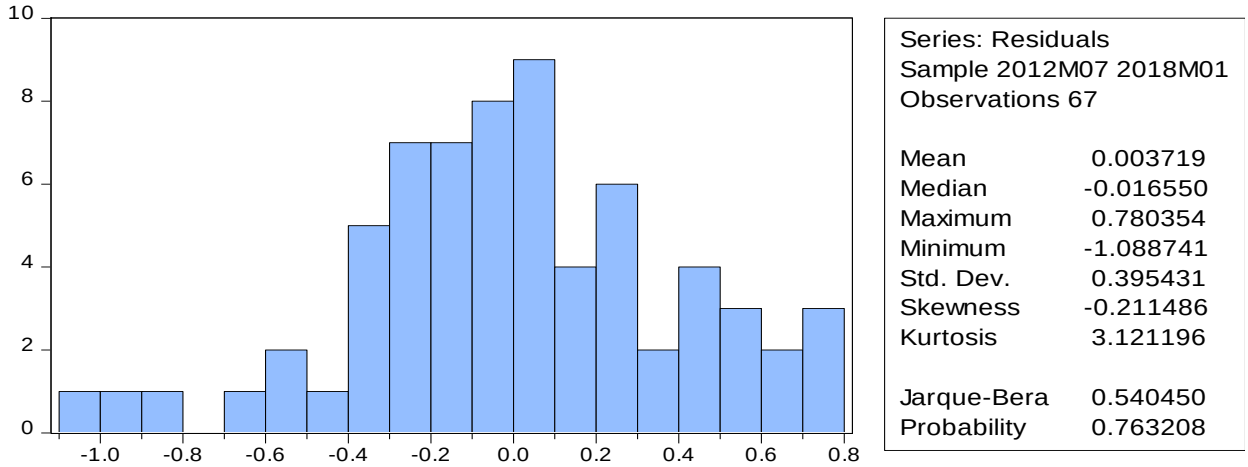
F-statistic	0.494390	Prob. F(2,64)	0.6123
Obs*R-squared	1.019380	Prob. Chi-Square(2)	0.6007
Scaled explained SS	1.019203	Prob. Chi-Square(2)	0.6007

Test Equation:
Dependent Variable: ARESID
Method: Least Squares
Date: 09/17/18 Time: 17:33
Sample: 2012M07 2018M01
Included observations: 67

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.334879	0.071064	4.712380	0.0000
@TREND	-0.000543	0.001591	-0.341235	0.7340
@MONTH=12	-0.099407	0.107767	-0.922432	0.3598

R-squared	0.015215	Mean dependent var	0.304259
Adjusted R-squared	-0.015560	S.D. dependent var	0.249808
S.E. of regression	0.251744	Akaike info criterion	0.122933
Sum squared resid	4.055997	Schwarz criterion	0.221651
Log likelihood	-1.118263	Hannan-Quinn criter.	0.161996
F-statistic	0.494390	Durbin-Watson stat	1.739096
Prob(F-statistic)	0.612253		

Rezultati Glejser-ovog testa i p vjerovatnoća govore da ne možemo odbaciti nultu hipotezu uz rizik greške od 5%. Zaključujemo da u modelu ne postoji problem heteroskedastičnosti reziduala i da model ima još još jednu poželjnu karakteristiku. Ispitivanje normalnosti raspodjele rezidula će se izvršiti kroz histogramski prikaz i na osnovu rezultata empirijskog testa.



Grafik 13: Histogram reziduala modela ARMA(2,1)

Na osovu Jarque-Bera statistike i pripadajuće vjerovatnoće od 0.76 koja je značajno veća od kritične vrijednosti 0.05 zaključujemo da ne možemo odbaciti nultu hipotezu i da razidule karakteriše normalna raspodjela. Empirijskim testom će se dodatno provjeriti prethodno iznijeta teza o normalnosti raspodjele serije rezidula u modelu.

Tabela 16: Empirijski test normalnosti rezidula u modelu ARMA(2,1)

Empirical Distribution Test for RESIDB
Hypothesis: Normal
Date: 09/17/18 Time: 17:35
Sample (adjusted): 2012M07 2018M01
Included observations: 67 after adjustments

Method	Value	Adj. Value	Probability
Lilliefors (D)	0.069403	NA	> 0.1
Cramer-von Mises (W2)	0.047240	0.047593	0.5462
Watson (U2)	0.046923	0.047273	0.5077
Anderson-Darling (A2)	0.321124	0.324880	0.5232

Method: Maximum Likelihood - d.f. corrected (Exact Solution)

Parameter	Value	Std. Error	z-Statistic	Prob.
MU	0.003719	0.048310	0.076974	0.9386
SIGMA	0.395431	0.034418	11.48913	0.0000

Log likelihood	-32.40776	Mean dependent var.	0.003719
No. of Coefficients	2	S.D. dependent var.	0.395431

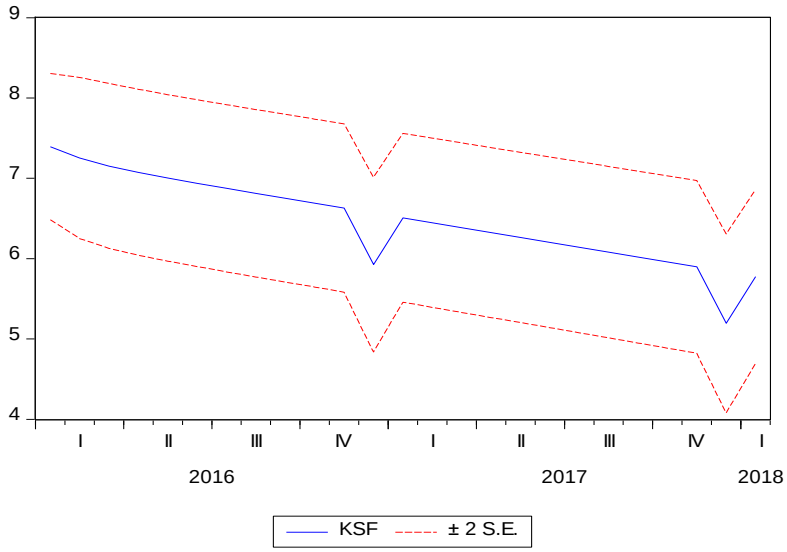
Rezultati empirijskog testa potvrđuju prethodno iznijeto tvrđenje o normalnosti raspodjele reziduala u ARMA(2,1) modelu. Vrijednost pripadajuće vjerovatnoće je značajno veća od kritične vrijednosti 5%, pa ne možemo odbaciti nultu hipotezu o normalnosti raspodjele serije.

Sprovodeći testove autokorelacije, heteroskedastičnosti i normalnosti raspodjele reziduala nakon specifikacije modela i utvrđivanja značajnosti promjenjivih u modelu, kao i značajnosti samog modela možemo zaključiti da model ima sve poželjne karakteristike i da se uspješno može koristiti u daljoj analizi. Model ima odlične karakteristike sa aspekta vrijednosti koeficijenta determinacije i vrijednosti informacionih kriterijuma (Akaike, Schwarz i Hannan-Quinn). U daljoj analizi će se vršiti komparacija prognostičkih performansi dva modela iz klase univarijantnih linearnih modela vremenskih serija, kako bi se odredio superiorniji model. Prognostički rezultati superiornijeg modela iz klase univarijantnih linearnih modela će se porediti sa prognostičkim rezultatima modela iz klase multivarijantnih modela vremenskih serija kako bi se odredio optimalni model za prognozu kamatne stope u Crnoj Gori.

2.4. Prognoziranje kamatne stope na osnovu AR(I)MA modela

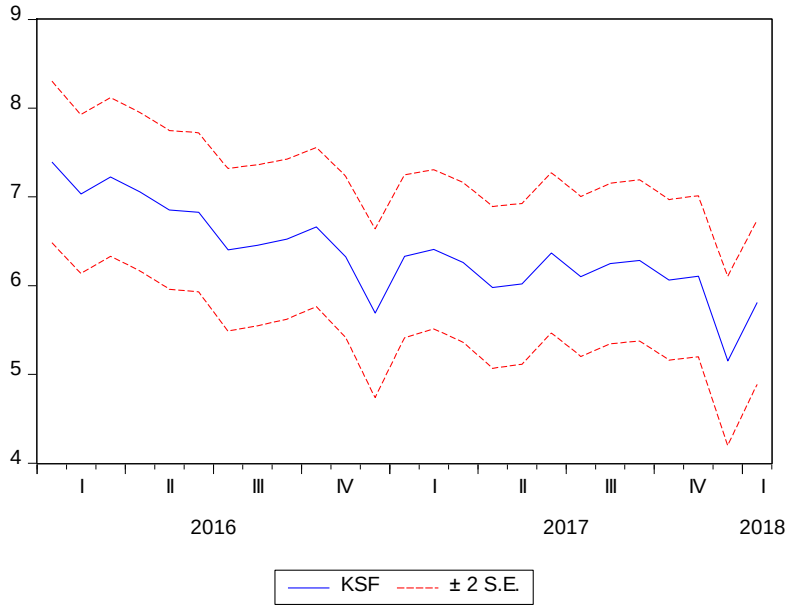
2.4.1. Prognoziranje kamatne stope unutar uzorka AR(I)MA modelom

Daće se dinamička i statička prognoza kamatne stope unutar uzorka za period od 2016m1 do 2018m1 za oba modela.



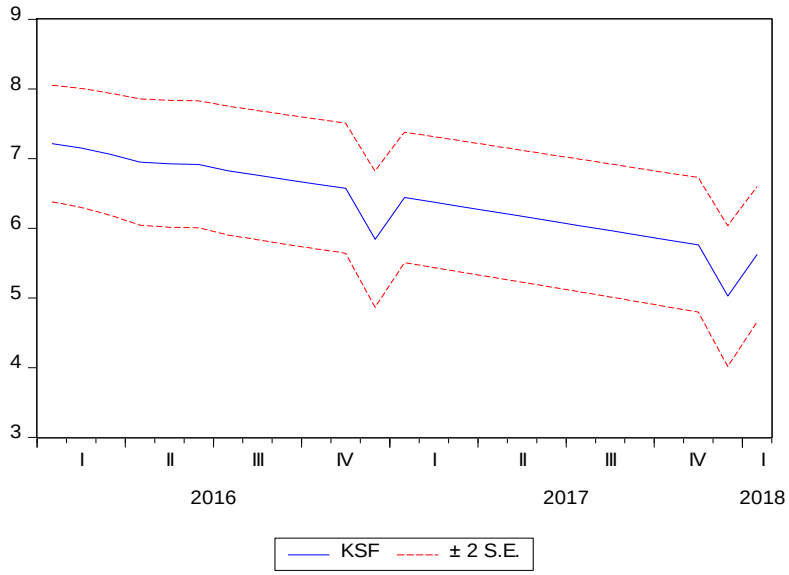
Forecast: KSF	
Actual: KS	
Forecast sample: 2016M01 2018M01	
Included observations: 25	
Root Mean Squared Error	0.425617
Mean Absolute Error	0.345008
Mean Abs. Percent Error	5.566697
Theil Inequality Coefficient	0.033250
Bias Proportion	0.169327
Variance Proportion	0.003798
Covariance Proportion	0.826875
Theil U2 Coefficient	0.889071
Symmetric MAPE	5.412671

Grafik 14: Dinamička proznoza modela AR(1) za period 2016m1-2018m1



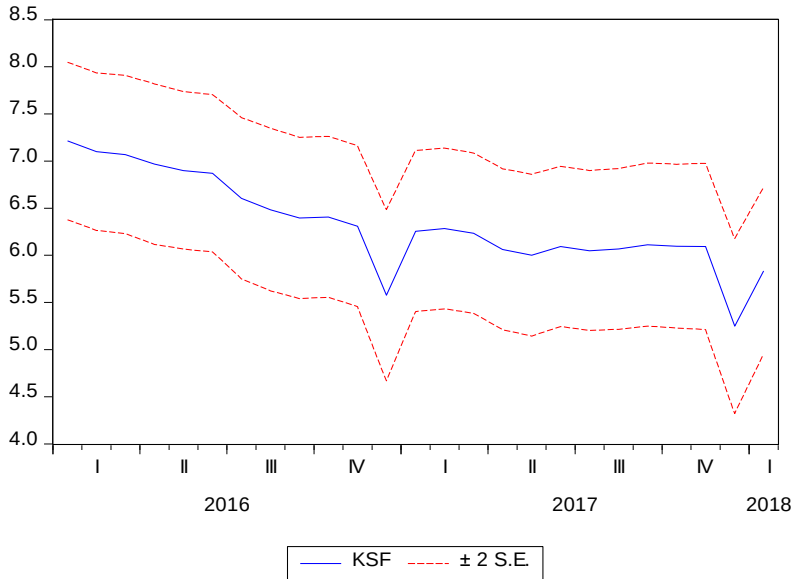
Forecast: KSF	
Actual: KS	
Forecast sample: 2016M01 2018M01	
Included observations: 25	
Root Mean Squared Error	0.350640
Mean Absolute Error	0.285690
Mean Abs. Percent Error	4.557459
Theil Inequality Coefficient	0.027579
Bias Proportion	0.066992
Variance Proportion	0.000206
Covariance Proportion	0.932801
Theil U2 Coefficient	0.712857
Symmetric MAPE	4.490138

Grafik 15: Statička prognoza modela AR(1) za period 2016m1-2018m1



Forecast: KSF	
Actual: KS	
Forecast sample: 2016M01 2018M01	
Included observations: 25	
Root Mean Squared Error	0.416670
Mean Absolute Error	0.338357
Mean Abs. Percent Error	5.467578
Theil Inequality Coefficient	0.032789
Bias Proportion	0.037166
Variance Proportion	0.010038
Covariance Proportion	0.952796
Theil U2 Coefficient	0.883975
Symmetric MAPE	5.385123

Grafik 16: Dinamička prognoza modela ARMA(2,1) za period 2016m1-2018m1



Forecast: KSF	
Actual: KS	
Forecast sample: 2016M01 2018M01	
Included observations: 25	
Root Mean Squared Error	0.347858
Mean Absolute Error	0.272946
Mean Abs. Percent Error	4.339761
Theil Inequality Coefficient	0.027471
Bias Proportion	0.013753
Variance Proportion	0.004810
Covariance Proportion	0.981436
Theil U2 Coefficient	0.731635
Symmetric MAPE	4.299351

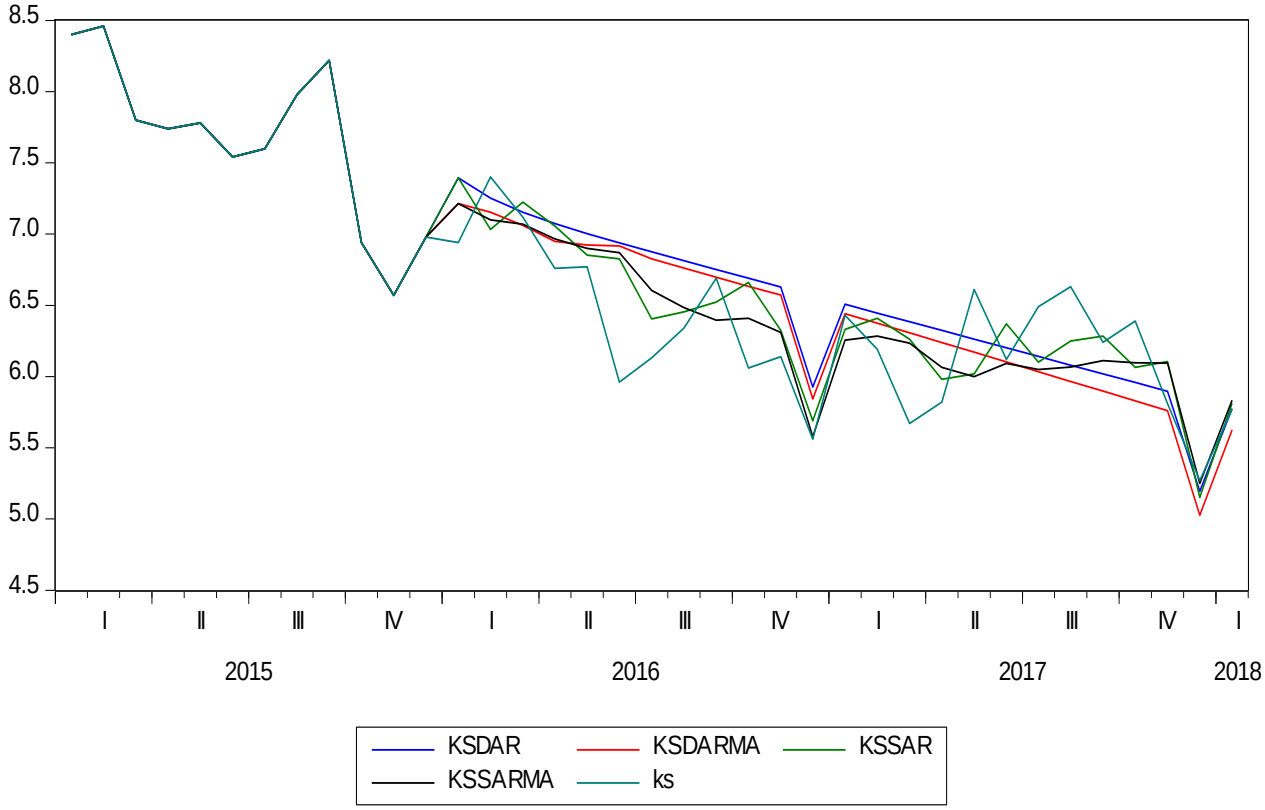
Grafik 17: Statička prognoza modela ARMA(2,1) za period 2016m1-2018m1

Statička prognoza vrijednosti neke vremenske serije za određeni period uzima u obzir samo stvarne vrijednosti serije obuhvaćene uzorkom i na osnovu njih daje prognozu, dok se dinamička prognoza bazira na projektovanim vrijednostima serije i na osnovu njih se vrši prognoza za periode koji nijesu obuhvaćeni uzorkom.[29]

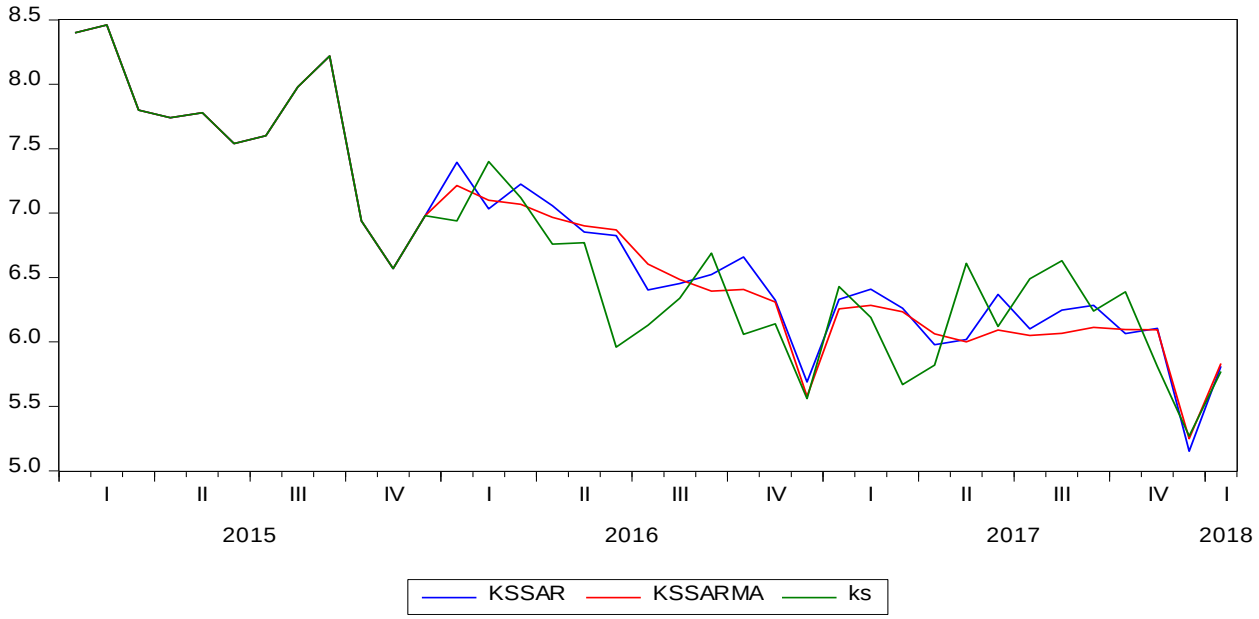
[29] Jackson, E. A. (2018). Comparison between Static and Dynamic Forecast in Autoregressive Integrated Moving Average for Seasonally Adjusted Headline Consumer Price Index, str. 10-11

Posmatrajući statičku i dinamičku prognozu za oba modela mogu se izvesti sledeći zaključci:

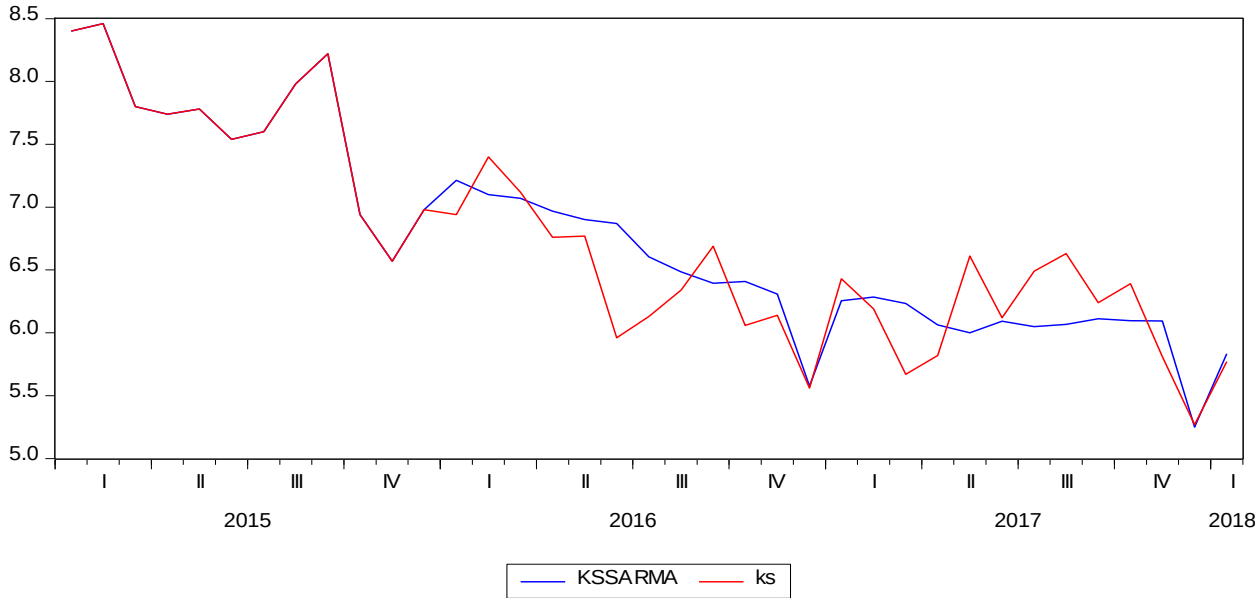
1. Posmatrajući rezultate statičke i dinamičke prognoze zasebno za različite modele zaključujemo da na osnovu vrijednosti korijena srednje kvadratne greške (RMSE), srednjeg apsolutnog odstupanja (MAE), Theil-ovog koeficijenta nejednakosti (TIC) i proporcije varijanse (VP) statička prognoza ima bolje prognostičke osobine za period od 2016m1 do 2018m1.
2. Posmatrajući rezultate statičke prognoze za dva modela (AR(1) i ARMA(2,1)) zaključujemo da za period 2016m1-2018m1 na osnovu odgovarajućih statistika (RMSE, MAE, TIC i VP) model ARMA(2,1) ima bolje prognostičke osobine u odnosu na model AR(1).



Grafik 18: Grifički prikaz stvarne vrijednosti, statičke i dinamičke prognoze na osnovu AR(1) i ARMA(2,1) modela za period 2016m1-2018m1



Grafik 19: Stvarna vrijednost i statička prognoza kamatne stope AR(1) i ARMA(2,1) modela za period 2016m1-2018m1



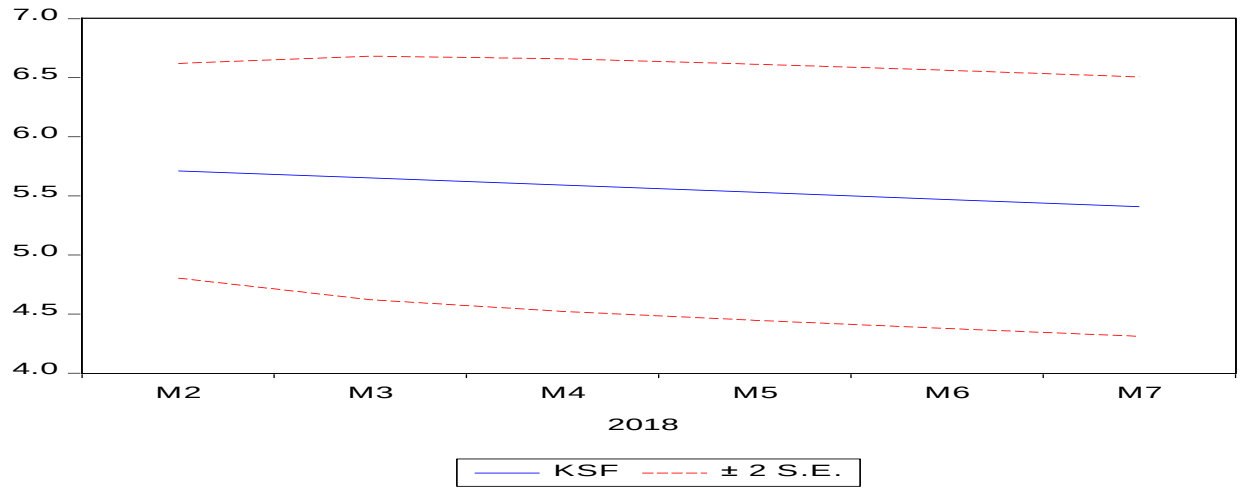
Grafik 20: Stvarna vrijednost i statička prognoza kamatne stope ARMA(2,1) modela za period 2016m1-2018m1

Grafički prikaz potvrđuje prethodno donijeti zaključak, na osnovu odgovarajućih statistika, da model ARMA(2,1) daje bolje prognostičke rezultate za period 2016m1-2018m1, koji je obuhvaćen uzorkom, u odnosu na model AR(1). Na osnovu prethodno donijetog zaključka može se

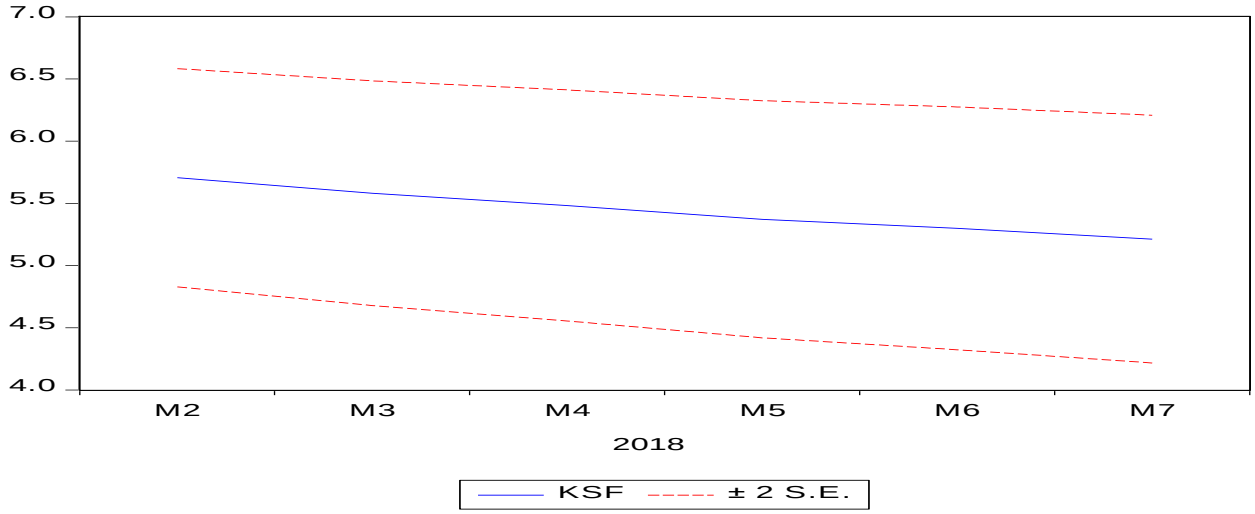
pretpostaviti da će model ARMA(2,1) biti superiorniji od drugog modela i u prognoziranju vrijednosti van uzorka, sto je potrebno i empirijski provjeriti.

2.3.2. Prognoziranje kamatne stope van uzorka AR(I)MA modelom

Koristeći se modelima AR(1) i ARMA(2,1) izvršena je prognoza kamatne stope za narednih 6 mjeseci koji nisu obuhvaćeni uzorkom. Poređenjem stvarnih i prognoziranih vrijednosti kamatne stope za period 2018m1-2018m7 donijeće se odluka o tome koji je model superiorniji u prognozi, što je i krajnji cilj analize.



Grafik 21: Prognoza kamatne stope modelom AR(1) za period 2018m2-2018m7

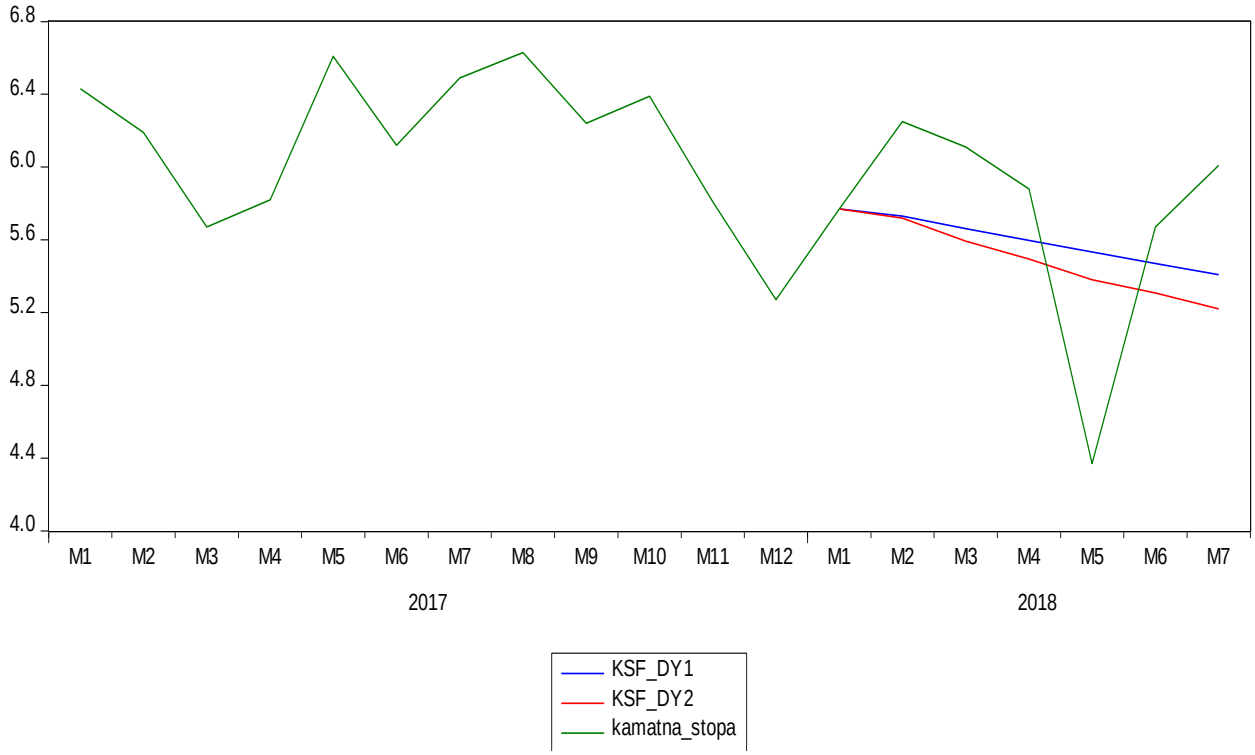


Grafik 22: Prognoza kamatne stope modelom ARMA(2,1) za period 2018m2-2018m7

Na graficima su date prognoze dva modela za narednih šest mjeseci 2018. godine. Prognoze su date u vidu intervala kamatne stope sa odstupanjem + 2 S.E. i – 2 S.E. od prognozirane vrijednosti.

Tabela 17: Prikaz prognoziranih, stvarnih vrijednosti i greške prognoze za AR(1) i ARMA(2,1) modele u periodu 2018m2-2018m7

Mjesec	**Februar 2018**	**Mart 2018**	**April 2018**	**Maj 2018**	**Jun 2018**	**Jul 2018**
Kamatna stopa	**6.25**	**6.11**	**5.88**	**4.37**	**5.67**	**6.01**
Prognoza AR(1)	5.73	5.66	5.59	5.53	5.47	5.41
Greška prognoze AR(1)	**0.52**	**0.45**	**0.29**	**-1.16**	**0.20**	**0.60**
Prognoza ARMA(2,1)	5.72	5.59	5.49	5.38	5.31	5.22
Greška prognoze ARMA(2,1)	**0.53**	**0.52**	**0.39**	**-1.01**	**0.36**	**0.79**



Grafik 23: Stvarna i na osnovu AR(1) i ARMA(2,1) modela prognozirana vrijednost kamatne stope za period 2018m2-2018m7

Tabela 18: Intervalne prognoze AR(1) i ARMA(2,1) modela i stvarne vrijednosti kamatne stope u periodu 2018m2-2018m7

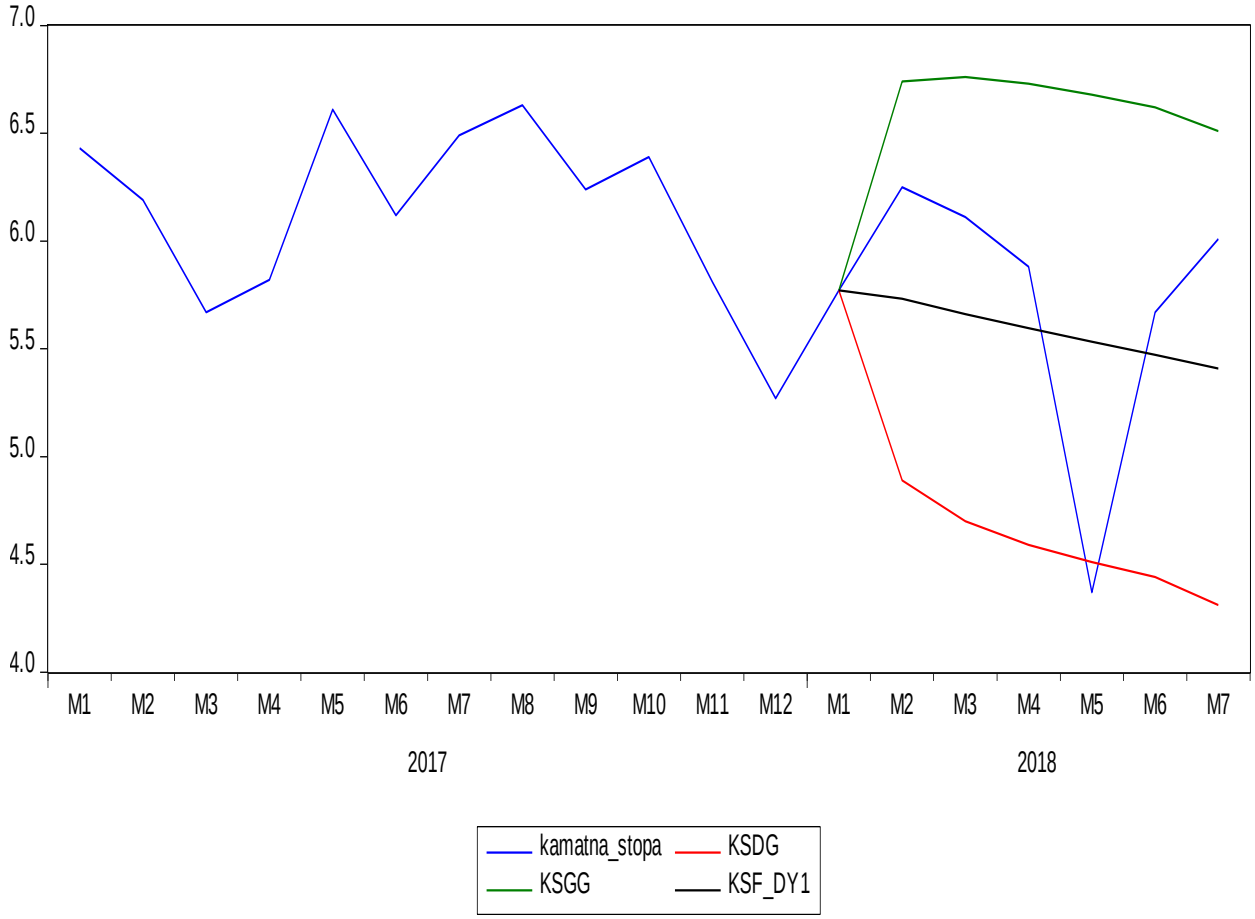
Intervali prognoze	**Februar 2018**	**Mart 2018**	**April 2018**	**Maj 2018**	**Jun 2018**	**Jul 2018**
AR(1) Donja granica	**4.89**	**4.7**	**4.59**	**4.51**	**4.44**	**4.31**
AR(1) Gornja granica	**6.74**	**6.76**	**6.73**	**6.68**	**6.62**	**6.51**
ARMA(2,1) Donja granica	4.95	4.8	4.66	4.53	4.4	4.2
ARMA(2,1) Gornja granica	6.72	6.63	6.53	6.45	6.36	6.24
STVARNI PODACI	**6.25**	**6.11**	**5.88**	**4.37**	**5.67**	**6.01**

Na osnovu apsolutnih vrijednosti grešaka prognoze, kao i intervala prognoze i stvarne vrijednosti kamatne stope u posmatranom periodu uočava se da jedan model karakteriše manja greška i veća preciznost prognoze u odnosu na drugi model. Međutim, odluka o tome koji model daje bolje prognostičke rezultate mora se donijeti na osnovu odgovarajućih statistika kojima se ocjenjuje kvalitet prognoze.

Tabela 19: Statistike prognoze AR(1) i ARMA(2,1) modela za period 2018m2-2018m7

Statistika	**Februar 2018**	**Mart 2018**	**April 2018**	**Maj 2018**	**Jun 2018**	**Jul 2018**
MSE AR(1)	**0.270**	**0.236**	**0.186**	**0.476**	**0.388**	**0.384**
MSE ARMA(2,1)	0.280	0.276	0.235	0.430	0.370	0.413
RMSE AR(1)	**0.520**	**0.484**	**0.431**	**0.690**	**0.623**	**0.620**
RMSE ARMA(2,1)	0.529	0.525	0.485	0.656	0.610	0.643
MAE AR(1)	**0.520**	**0.485**	**0.42**	**0.605**	**0.524**	**0.537**
MAE ARMA(2,1)	0.530	0.525	0.48	0.612	0.562	0.600

Na osnovu izračunatih statistika: Srednje kvadratne greške (MSE), korijena srednje kvadratne greške (RMSE) i prosječnog apsolutnog odstupanja (MAE) za narednih šest perioda koji nisu uključeni u uzorak možemo zaključiti da model AR(1) karakterišu manje vrijednosti odgovarajućih statistika pa je taj model superiorniji u odnosu na model ARMA(2,1).



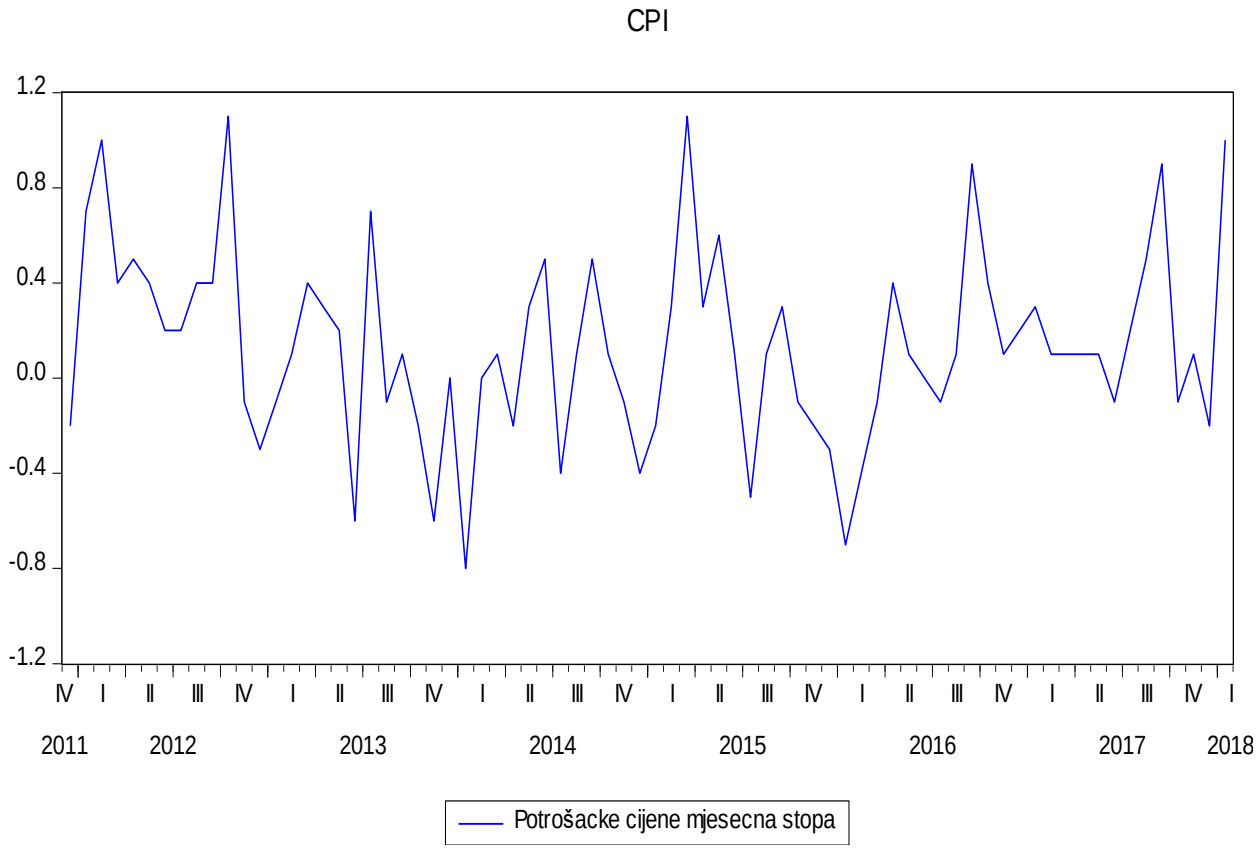
Grafik 24: Stvarna i modelom AR(1) prognozirana kamatna stopa za period 2018m1-2018m7

Prikaz stvarne i prognozirane kamatne stope na osnovu boljeg autoregresivnog modela AR(1) je dat na grafiku. Model AR(1) će se koristiti u poređenju sa specificiranim vektorskim autoregresionim modelom (VAR) u cilju određenja superiornijeg modela za prognozu kamatne stope.

3. Modeliranje i prognoza kamatne stope primjenom VAR modela

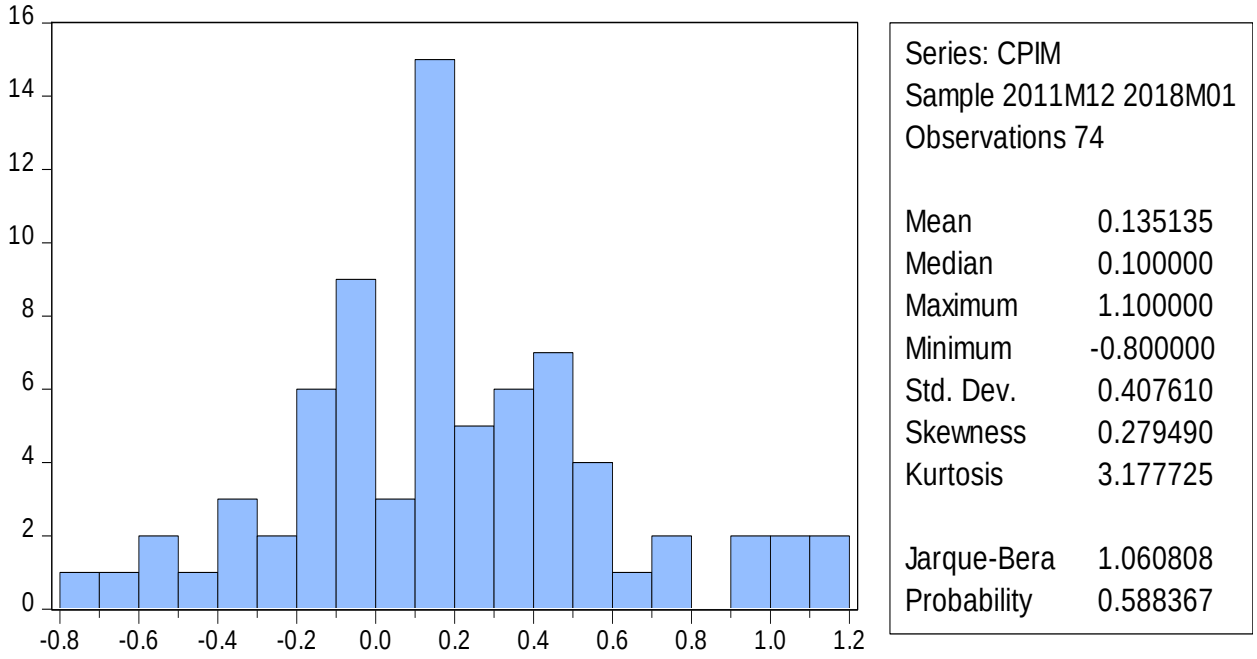
3.1. Preliminarna statistička analiza

U skladu sa metodologijom specifikacije VAR modela neophodno je u analizu uključiti još jednu, ili veći broj serija, pored posmatrane serije prosječne ponderisane kamatne stope. Poštujući već istražene, teorijski i praktično potvrđene ekonomske zavisnosti u istraživanje se uključuje serija stope rasta potrošačkih cijena na mjesečnom nivou u Crnoj Gori, u periodu od decembra 2011. godine do januara 2018. godine. Poseban razlog za uključenje serije stope rasta potrošačkih cijena u analizu jeste to što je serija kamatne stope koja se istražuje u nominalnim vrijednostima, pa će se uključivanjem nove serije dobiti na kvalitetu istraživanja.



Grafik 25: Potrošačke cijene (mjesečna stopa) u periodu od 2011m12-2018m1

Na grafiku se vidi kretanje mjesečne stope rasta potrošačkih cijena u periodu od decembra 2011 godine (2011m12) do januara 2018. godine (2018m1) u procentnima. Prikaz u vidu histograma sa vrijednostima deskriptivne statistika je dat na sledećem grafiku.



Grafik 26: Histogram mjesečne stope rasta potrošačkih cijena

Na osnovu histograma i deskriptivne statistike primjećujemo da se vrijednost mjesečne stope rasta potrošačkih cijena kretala u rasponu od -0.80% (najmanja vrijednost) do 1.10% (najveća vrijednost). Prosječna vrijednost serije je 0.135%, dok medijana (središnja vrijednost) serije iznosi 0.1%. Standardna devijacija serije je 0.407 i sa koeficijentom varijacije od 301% govori da seriju karakteriše izražen varijabilitet.

Koeficijent asimetrije je veći od 0 i sa vrijednosti od 0.28 ukazuje na postojanje pozitivne asimetrije (asimetrije u desno). Koeficijent spljoštenosti je veći od kritične vrijednosti 3 i iznosi 3.18, što ukazuje da seriju karakteriše manja spljoštenost u odnosu na seriju normalne raspodjele.

Na osnovu Jarque-Bera statistike u iznosu od 1.06 i pripadajuće vjerovatnoće od 0.59, koja je značajno veća od 0.05, zaključujemo da prihvatamo nultu hipotezu o normalnosti raspodjele serije uz rizik greške od 5%.

3.2. Specifikacija, ocjena i izbor modela

3.2.1. Ispitivanje stacionarnosti serije mjesečne stope rasta potrošačkih cijena

Kako bi se kreirao adekvatan vektorski autoregresivni model (VAR model) potrebno je ispitati stacionarnost serija koje se koriste prilikom specifikacije. Serija prosječne ponderisane nominalne kamatne stope je stacionarna, što je i prethodno ispitano u radu, dok je za seriju stope rasta potrošačkih cijena potrebno izvršiti ispitivanje. Prvi korak u ispitivanju jeste kreiranje autoregresivnog modela prvog reda kako bi se ispitalo postojanje autokorelacije i/ili heteroskedastičnosti.

Tabela 20: Autoregresivni model prvog reda serije CPIM

Dependent Variable: CPIM
Method: Least Squares
Date: 10/10/18 Time: 15:17
Sample (adjusted): 2012M01 2018M01
Included observations: 73 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CPIM(-1)	0.321314	0.116290	2.763044	0.0073

R-squared	-0.011381	Mean dependent var	0.139726
Adjusted R-squared	-0.011381	S.D. dependent var	0.408500
S.E. of regression	0.410818	Akaike info criterion	1.072270
Sum squared resid	12.15153	Schwarz criterion	1.103646
Log likelihood	-38.13786	Hannan-Quinn criter.	1.084774
Durbin-Watson stat	1.861448		

Na osnovu specificiranog modela, koeficijenta uz nezavisnu promjenjivu i Durbin-Watson statistike možemo pretpostaviti da seriju ne postoji problem autokorelacije ili postoji pozitivna autokorelacija, međutim datu pretpostavku je neophodno i empirijski potvrditi sprovodeći odgovarajući test.

Tabela 21: Breusch-Godfrey test autokorelacije serije CPIM

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	0.716985	Prob. F(2,70)	0.4918
Obs*R-squared	1.465407	Prob. Chi-Square(2)	0.4806

Test Equation:
Dependent Variable: RESID
Method: Least Squares
Date: 10/10/18 Time: 15:22
Sample: 2012M01 2018M01
Included observations: 73
Presample missing value lagged residuals set to zero.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CPIM(-1)	-1.081091	0.981548	-1.101413	0.2745
RESID(-1)	1.077757	0.988838	1.089922	0.2795
RESID(-2)	0.408314	0.341140	1.196908	0.2354

R-squared	-0.042707	Mean dependent var	0.100112
Adjusted R-squared	-0.072498	S.D. dependent var	0.398258
S.E. of regression	0.412442	Akaike info criterion	1.106786
Sum squared resid	11.90760	Schwarz criterion	1.200915
Log likelihood	-37.39770	Hannan-Quinn criter.	1.144298
Durbin-Watson stat	1.898619		

Sprovodeći Breusch-Godfrey test autokorelacije uz rizik greške od 5% možemo zaključiti da ne možemo odbaciti nultu hipotezu, pa zaključujemo da u modelu ne postoji problem autokorelacije. Potrebno je ispitati i postojanje problema heteroskadastičnosti, kako bi se donijela konačna odluka o testu koji će se koristiti za ispitivanje stacionarnosti serije.

Tabela 22: White-ov test heteroskedastičnosti serije CPIM

Heteroskedasticity Test: White

F-statistic	0.133670	Prob. F(1,71)	0.7157
Obs*R-squared	0.137177	Prob. Chi-Square(1)	0.7111
Scaled explained SS	0.158814	Prob. Chi-Square(1)	0.6903

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 10/10/18 Time: 15:29
Sample: 2012M01 2018M01
Included observations: 73

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.173537	0.036082	4.809516	0.0000
CPIM(-1)^2	-0.041399	0.113233	-0.365609	0.7157

R-squared	0.001879	Mean dependent var	0.166459
Adjusted R-squared	-0.012179	S.D. dependent var	0.258591
S.E. of regression	0.260160	Akaike info criterion	0.171979
Sum squared resid	4.805525	Schwarz criterion	0.234731
Log likelihood	-4.277215	Hannan-Quinn criter.	0.196986
F-statistic	0.133670	Durbin-Watson stat	1.693684
Prob(F-statistic)	0.715744		

Rezultati White-ovog testa heteroskedastičnosti uz pripadajuću vjerovatnoću od 0.71 koja je veća od kritične vrijednosti od 0.05 ukazuju na to da ne možemo odbaciti nultu hipotezu, pa zaključujemo da nije prisutan problem heteroskedastičnosti.

Na osnovu sprovedenih testova možemo donijeti odluku da, usled odsustva problema autokorelacije i heteroskedastičnosti u modelu za ispitivanje stacionarnosti serije stope rasta potrošačkih cijena koristimo Dickey-Fuller-ov test. Rezultati testa su dati u tabeli.

Tabela 23: Dickey-Fuller test stacionarnosti serije CPIM

Null Hypothesis: CPIM has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=11)

		t-Statistic
Elliott-Rothenberg-Stock DF-GLS test statistic		-5.809278
Test critical values:	1% level	-2.597025
	5% level	-1.945324
	10% level	-1.613876

*MacKinnon (1996)

DF-GLS Test Equation on GLS Detrended Residuals
Dependent Variable: D(GLSRESID)
Method: Least Squares
Date: 10/10/18 Time: 15:37
Sample (adjusted): 2012M01 2018M01
Included observations: 73 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
GLSRESID(-1)	-0.674784	0.116156	-5.809278	0.0000

R-squared	0.318383	Mean dependent var	0.016438
Adjusted R-squared	0.318383	S.D. dependent var	0.498334
S.E. of regression	0.411425	Akaike info criterion	1.075225
Sum squared resid	12.18750	Schwarz criterion	1.106602
Log likelihood	-38.24573	Hannan-Quinn criter.	1.087729
Durbin-Watson stat	1.863178		

Posmatrajući t statistiku u vrijednosti od -5.81 možemo zaključiti da uz rizik greške od 5% i vrijednosti kritične t statistike od -1.94 odbacujemo nultu hipotezu koja govori da serija ima jedinični korijen. Prihvatamo alternativnu hipotezu da je serija stacionarna i da nema jedinični korijen. Pošto serija stope rasta potrošačkih cijena ispunjava kriterijum stacionarnosti uz seriju kamatne stope čija je stacionarnost već prethodno potvrđena možemo nastaviti dalju specifikaciju vektorskog autoregresivnog modela.

3.2.2. Ocjena modela i vrednovanje ocjene modela

Početno je specificiran VAR model sa jednom docnjom koji sadrži konstantu i koji nije odgovarajući (dodatak tabela 4). Sprovodeći odgovarajuće testove za ocijenjeni model može se zaključiti da model ne ispunjava ekonometrijske kriterijume valjanosti. U modelu postoji problem autokorelacije, dok reziduale karakteriše normalna raspodjela i odsustvo heteroskedastičnosti (dodatak). Analizirajući veći broj modela, sa i bez konstante, sa većim i manjim brojem docnji koji ispunjavaju ekonometrijske kriterijume specificiran je model koji ima najbolje karakteristike i koji je uzet kao krajnji.

Tabela 24: Vektorski autoregresivni model

Vector Autoregression Estimates
Date: 10/10/18 Time: 16:53
Sample (adjusted): 2012M03 2018M01
Included observations: 71 after adjustments
Standard errors in ( ) & t-statistics in [ ]

	KS	CPIM
KS(-1)	0.483961	0.089376
	(0.11678)	(0.09689)
	[4.14436]	[0.92242]
KS(-2)	0.263065	-0.037064
	(0.12145)	(0.10077)
	[2.16606]	[-0.36781]
KS(-3)	0.245385	-0.040707
	(0.11459)	(0.09508)
	[2.14133]	[-0.42812]
CPIM(-1)	-0.131943	0.198878
	(0.15602)	(0.12946)
	[-0.84567]	[1.53624]
CPIM(-2)	-0.309044	0.064293
	(0.15925)	(0.13214)
	[-1.94057]	[0.48655]
CPIM(-3)	0.237690	-0.034910
	(0.15463)	(0.12830)
	[1.53713]	[-0.27208]

R-squared	0.887934	0.058442
Adj. R-squared	0.879314	-0.013986
Sum sq. resids	14.95137	10.29348
S.E. equation	0.479605	0.397946
F-statistic	103.0033	0.806903
Log likelihood	-45.44000	-32.18814
Akaike AIC	1.449014	1.075722
Schwarz SC	1.640226	1.266935
Mean dependent	7.862535	0.119718
S.D. dependent	1.380559	0.395192

Determinant resid covariance (dof adj.)	0.034800
Determinant resid covariance	0.029167
Log likelihood	-76.00695
Akaike information criterion	2.479069
Schwarz criterion	2.861494

Krajnji vektorski autoregresivni model, u zapisu više jednačina, koji odgovara daljoj analizi je dat u tabeli 25.

Tabela 25: Vektorski autoregresivni model u reprezentativnom zapisu

Estimation Proc:
==========
LS(NOCONST) 1 3 KS CPIM

VAR Model:
==========
KS = C(1,1)*KS(-1) + C(1,2)*KS(-2) + C(1,3)*KS(-3) + C(1,4)*CPIM(-1) + C(1,5)*CPIM(-2) + C(1,6)*CPIM(-3)

CPIM = C(2,1)*KS(-1) + C(2,2)*KS(-2) + C(2,3)*KS(-3) + C(2,4)*CPIM(-1) + C(2,5)*CPIM(-2) + C(2,6)*CPIM(-3)

VAR Model - Substituted Coefficients:
==========
KS = 0.483961116066*KS(-1) + 0.263064716546*KS(-2) + 0.245384820283*KS(-3) - 0.131942889002*CPIM(-1) - 0.309044110981*CPIM(-2) + 0.237689957497*CPIM(-3)

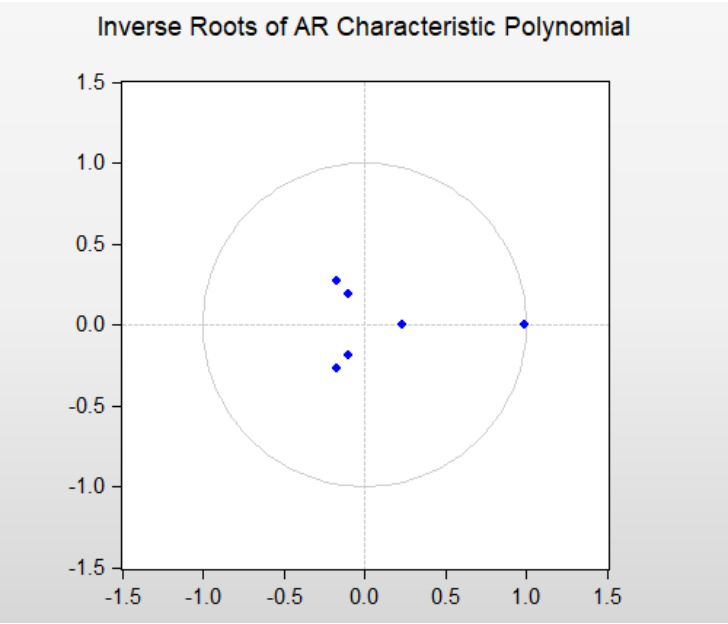
CPIM = 0.0893761318141*KS(-1) - 0.0370640151668*KS(-2) - 0.0407071931792*KS(-3) + 0.198877831093 *CPIM(-1) + 0.0642925506319*CPIM(-2) - 0.0349095120419*CPIM(-3)

Ocijenjeni model u velikoj mjeri opisuje varijacije kamatne stope endogenim varijablama, pa koeficijent determinacije modela u iznosu od 0.887 govori da je približno 89% varijacija kamatne stope objašnjeno modelom. Primijećujemo da pored većeg prilagođenog koeficijenta determinacije finalno ocijenjenog modela u odnosu na prethodne modele i informacioni kriterijumi (Akaike i Schwarz) imaju manje vrijednosti što potvrđuje superiornost modela.

Na osnovu ocijenjenog modela vidimo da vrijednost kamatne stope u trenutku t zavisi od vrijednosti kamatne stope iz perioda t-1, t-2 i t-3, kao i vrijednosti stope rasta cijena iz perioda t-1, t-2 i t-3. Vrijednost stope rasta potrošačkih cijena u periodu t takođe zavisi od vrijednosti stope rasta potrošačkih cijena iz tri prethodna perioda, kao i vrijednosti kamatne stope iz tri prethodna perioda.

U prvoj jednačini, koja i predstavlja predmet pažnje, primijećujemo da se kamatna stopa u tekućem periodu kreće u istom smjeru kao i kamatne stope u sva tri prethodna perioda, dok rast stope rasta potrošačkih cijena u jednom i dva perioda unazad dovodi do pada kamatne stope, a rast u periodu t-3 do rasta kamatne stope u tekućem periodu.

Kao jedan od uslova valjanosti modela za dalju analizu mora se izvršiti provjera stabilnosti modela, što je predstavljeno na grafiku 27.



Grafik 27: Jedinični krug stabilnosti VAR modela

Korijeni polinoma se nalaze unutar jediničnog kruga pa možemo zaključiti da je VAR model stabilan, što je pozitivna karakteristika modela. U daljoj analizi neophodno je izvršiti testiranje postojanja autokorelacije u modelu i normalnosti raspodjele reziduala.

Tabela 26: Testiranje autokorelacije u VAR modelu

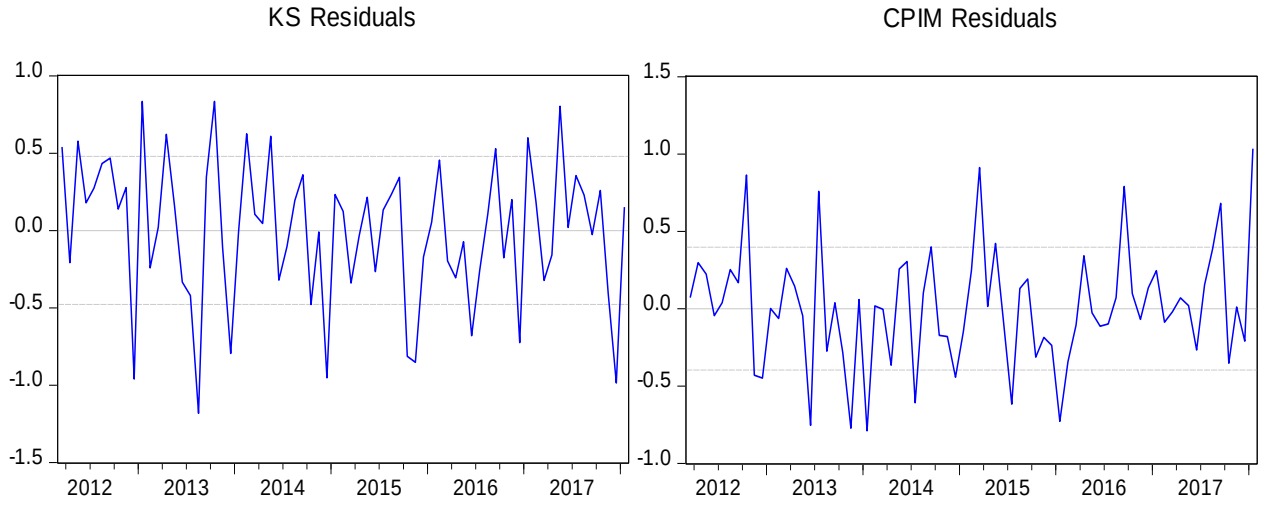
VAR Residual Serial Correlation LM T...
Null Hypothesis: no serial correlation ...
Date: 10/10/18 Time: 19:01
Sample: 2011M12 2018M01
Included observations: 71

Lags	LM-Stat	Prob
1	2.498453	0.6449
2	5.067622	0.2804
3	2.090709	0.7191

Probs from chi-square with 4 df.

Rezultatima sprovedenog testa, na osnovu pripadajućih vjerovatoća uz rizik greške od 5%, možemo potvrditi nultu hipotezu da u VAR modelu ne postoji problem autokorelacije.

Zaključujemo da odsustvom postojanja autokorelacije model ima poželjnu karakteristiku. Ispitivanje normalnosti raspodjele reziduala je dato u nastavku.



Grafik 28: Reziduali VAR modela

Na grafiku su predstavljeni reziduali VAR modela za serije: kamatna stopa i stopa rasta potrošačkih cijena. U tabeli 27 je dat emipirjski test normalnosti raspodjele reziduala.

Tabela 27: Test normalnosti reziduala u VAR modelu

VAR Residual Normality Tests
Orthogonalization: Cholesky (Lutkepohl)
Null Hypothesis: residuals are multivariate normal
Date: 10/10/18 Time: 19:06
Sample: 2011M12 2018M01
Included observations: 71

Component	Skewness	Chi-sq	df	Prob.
1	-0.508024	3.054043	1	0.0805
2	0.358034	1.516892	1	0.2181
Joint		4.570935	2	0.1017

Component	Kurtosis	Chi-sq	df	Prob.
1	2.874777	0.046389	1	0.8295
2	3.785448	1.825082	1	0.1767
Joint		1.871471	2	0.3923

Component	Jarque-Bera	df	Prob.
1	3.100432	2	0.2122
2	3.341974	2	0.1881
Joint	6.442406	4	0.1685

Na osnovu pripadajućih vjerovatnoća uz rizik greške od 5% ne možemo odbaciti nultu hipotezu o normalnosti raspodjele reziduala pa reziduali u vektorskom autoregresivnom modelu imaju normalnu raspodjelu. Zaključujemo da reziduali u VAR modelu nisu autokorelisani i da imaju normalnu raspodjelu, što su poželjne karakteristike.

Tabela 28: Test heteroskedastičnosti u VAR modelu

VAR Residual Heteroskedasticity Tests: No Cross Terms (only levels and squares)
Date: 10/10/18 Time: 19:16
Sample: 2011M12 2018M01
Included observations: 71

Joint test:

Chi-sq	df	Prob.
28.57795	36	0.8060

Individual components:

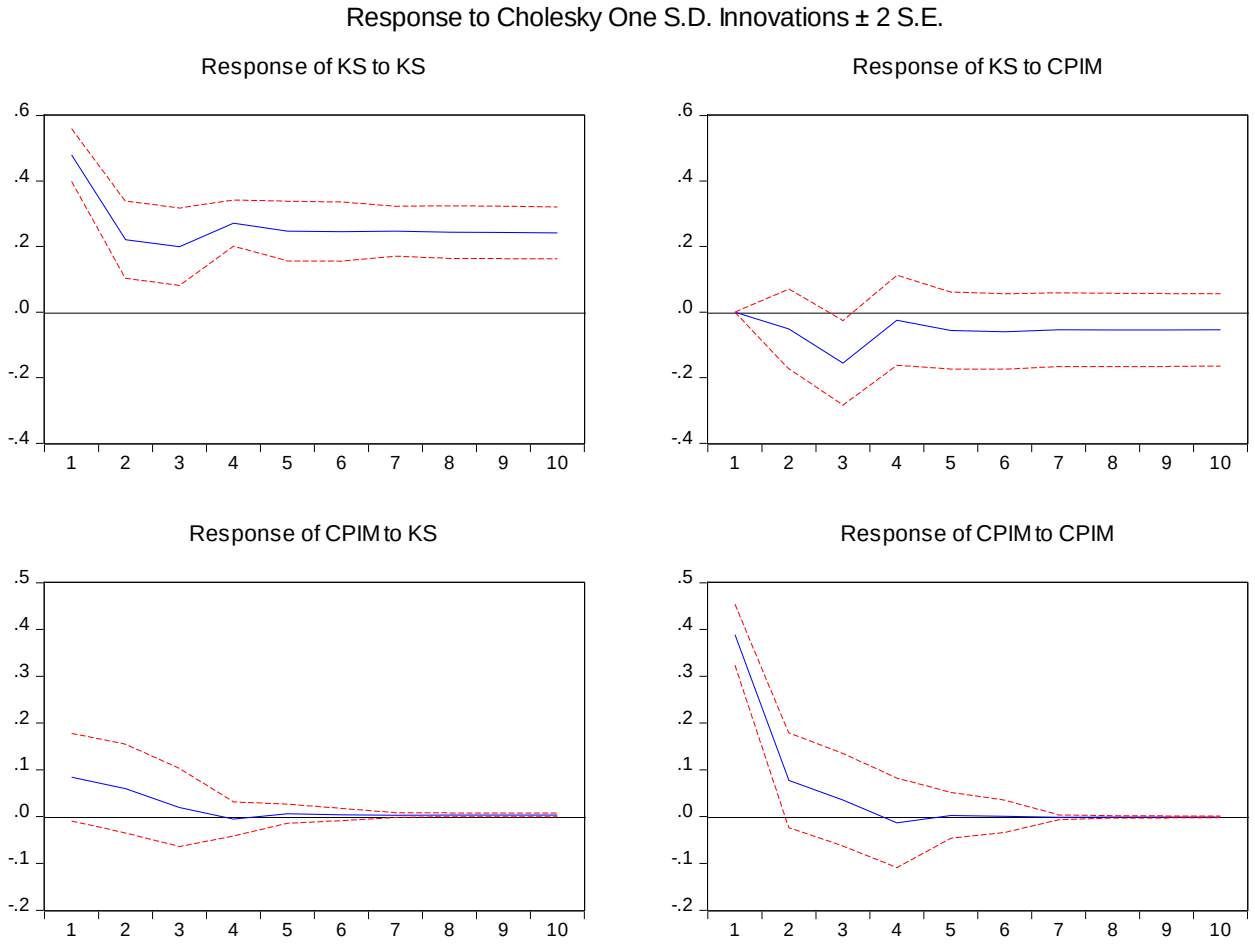
Dependent	R-squared	F(12,58)	Prob.	Chi-sq(12)	Prob.
res1*res1	0.176831	1.038283	0.4277	12.55499	0.4022
res2*res2	0.083746	0.441768	0.9392	5.945962	0.9188
res2*res1	0.111648	0.607454	0.8271	7.927015	0.7908

Na osnovu sprovedenog testa i izračunate vjerovatnoće uz rizik greške od 5% donosimo odluku da ne možemo odbaciti nultu hipotezu. Zaključujemo da prihvatamo nultu hipotezu da u modelu ne postoji problem heteroskedastičnosti.

Na osnovu svih sprovedenih testova zaključujemo da model karakteriše: normalnost raspodjele reziduala, odsustvo autokorelacije, odsustvo heteroskedastičnosti, stabilnost modela i da je model pogodan za dalju ekonometrijsku analizu.

Dat je prikaz reakcija promjenjivih iz VAR modela na šokove od jedne standardne devijacije druge varijable. Primjećujemo da kamatna stopa u slučaju šokova usled mjesečne stope rasta potrošačkih cijena na početku perioda reaguje padom dok se kasnije nalazi na približnom ili nešto nižem nivou kao i prije šoka.

U slučaju šoka od strane kamatne stope mjesečna stopa rasta potrošačkih cijena u početku perioda uzima pozitivnu vrijednost i primijetan je dalji pad vrijednosti sve dok ne dođe do nule, ali nikada ne uzima negativne vrijednosti.



Grafik 29: Reakcija varijabli iz VAR modela na šokove od jedne standardne devijacije

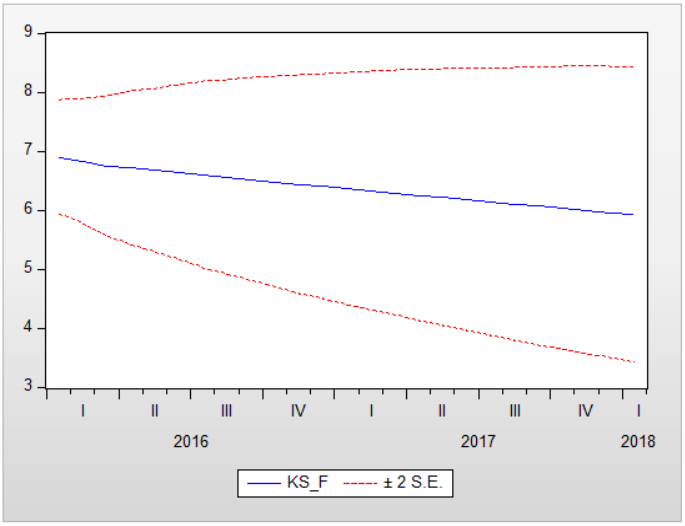
Korišten je ustaljeni metodološki pristup specifikacije adekvatnog VAR modela koji se može koristiti u daljoj analizi i prognozi vremenske serije kamatne stope. Model ispunjava sve poželjne statističke i ekonometrijske kriterijume, što je potvrđeno sprovedenim testovima, i u skaldu je sa osnovnim ekonomskim načelima.

U narednom dijelu rada će se izvršiti prognoza kamatne stope na osnovu ocijenjenog krajnjeg VAR modela, a sve u cilju komparacije prognostičkih performasi prognoze kamatne stope na osnovu najboljeg modela iz klase multivarijantnih i najboljeg modela iz klase univarijantnih modela. Osim prognoze kamatne stope na osnovu VAR modela data je i prognoza stope rasta potrošačkih cijena koja se nalazi u dodatku.

3.3. Prognoziranje kamatne stope na osnovu VAR modela

3.3.1. Prognoziranje kamatne stope unutar uzorka VAR modelom

Date su dinamička i statička prognoza kamatne stope unutar uzorka za period od decembra 2016. godine do januara 2018. godine (2016m1 do 2018m1), kao i u slučaju prethodno prognoziranih vrijednosti na osnovu ARMA modela. Izračunate su osnovne statistike značajne za evaluaciju prognoze unutar uzorka. Daleko veća značajnost jeste statistika za evaluaciju prognoze van uzorka čiji će pregled biti dat u narednom dijelu rada.

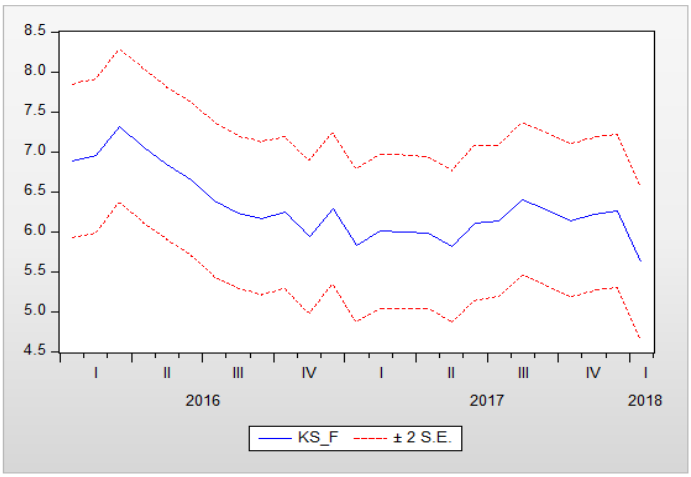


Forecast Evaluation
Date: 10/11/18 Time: 10:45
Sample: 2016M01 2018M01
Included observations: 25

Variable	Inc. obs.	RMSE	MAE	MAPE	Theil
CPIM	25	0.378583	0.257311	360.0390	0.762378
KS	25	0.401650	0.334599	5.273204	0.031660

RMSE: Root Mean Square Error
MAE: Mean Absolute Error
MAPE: Mean Absolute Percentage Error
Theil: Theil inequality coefficient

Grafik 30: Dinamička prognoza VAR modelom unutar uzorka za period 2016m1-2018m1



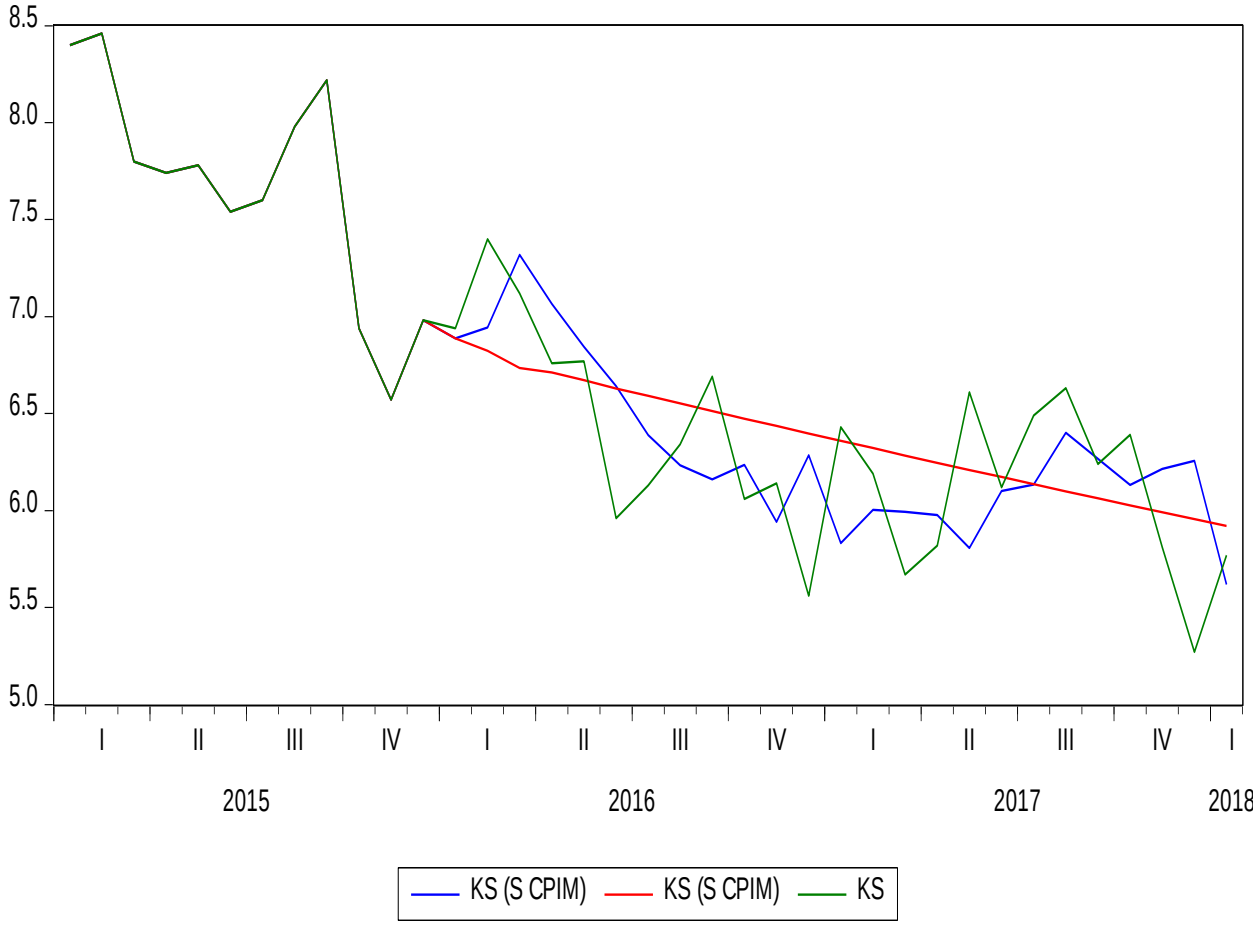
Forecast Evaluation
Date: 10/11/18 Time: 10:52
Sample: 2016M01 2018M01
Included observations: 25

Variable	Inc. obs.	RMSE	MAE	MAPE	Theil
CPIM	25	0.373090	0.258182	970.8794	0.697860
KS	25	0.416591	0.330404	5.290379	0.032977

RMSE: Root Mean Square Error
MAE: Mean Absolute Error
MAPE: Mean Absolute Percentage Error
Theil: Theil inequality coefficient

Grafik 31: Statička prognoza VAR modelom unutar uzorka za period 2016m1-2018m1

Posmatrajući grafik dinamičke prognoze, statičke prognoze i stvarnih vrijednosti kamatne stope za period koji je obuhvaćen uzorkom, primijećujemo da vrijednosti statičke prognoze (na grafiku plava linija) ispoljavaju veći varijabilitet u odnosu na vrijednosti dinamičke prognoze (na grafiku crvena linija). Razlika u vrijabilitetu vjerovatno potiče i od različite metodologije prognoze i izračunavanja vrijednosti.

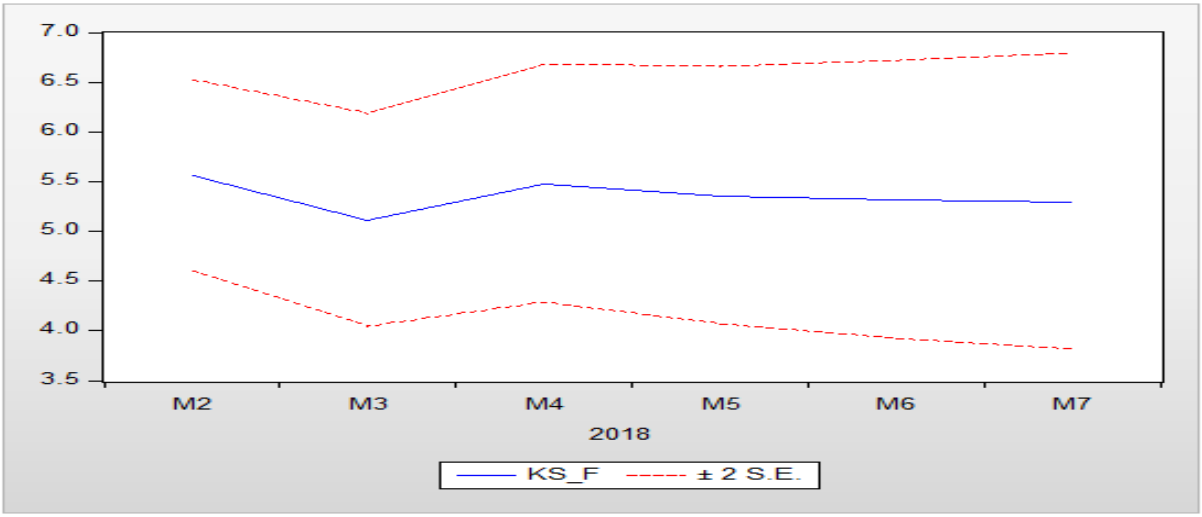


Grafik 32: Grafički prikaz dinamičke i statičke prognoze VAR modela i stvarne vrijednosti kamatne stope za period 2016m1-2018m1

Na osnovu prethodno izračunatih i prikazanih vrijednosti korijena kvadratne greške (RMSE), srednje apsolutne greške (MAE), srednje apsolutne greške u procentima (MAPE), Theil-ovog koeficijenta i drugih statistika možemo zaključiti da za posmatrani period (2016m1-2018m1) obuhvaćen uzorkom dinamička prognoza daje superiornije rezultate u odnosu na statičku prognozu.

3.3.2. Prognoziranje kamatne stope van uzorka VAR modelom

Krajnji cilj specifikacije vektorskog autoregresivnog (VAR) modela jeste prognoza kamatne stope za narednih šest mjeseci koji nisu obuhvaćeni uzorkom. Grafički prikaz vrijednosti prognoze sa odstupanjem od + i – dvije standardne devijacije je dat na grafiku.



Grafik 33: Prognoza VAR modelom za period 2018m2-2018m7

Tabela 29: Intervalne prognoze kamatne stope VAR modelom za period 2018m2-2018m7

INTERVALI PROGNOZE	Februar 2018	Mart 2018	April 2018	Maj 2018	Jun 2018	Jul 2018
VAR	4.57	4.27	4.17	4.04	3.9	3.79
	6.67	6.62	6.74	6.82	6.88	6.93
STVARNI PODACI	6.25	6.11	5.88	4.37	5.67	6.01

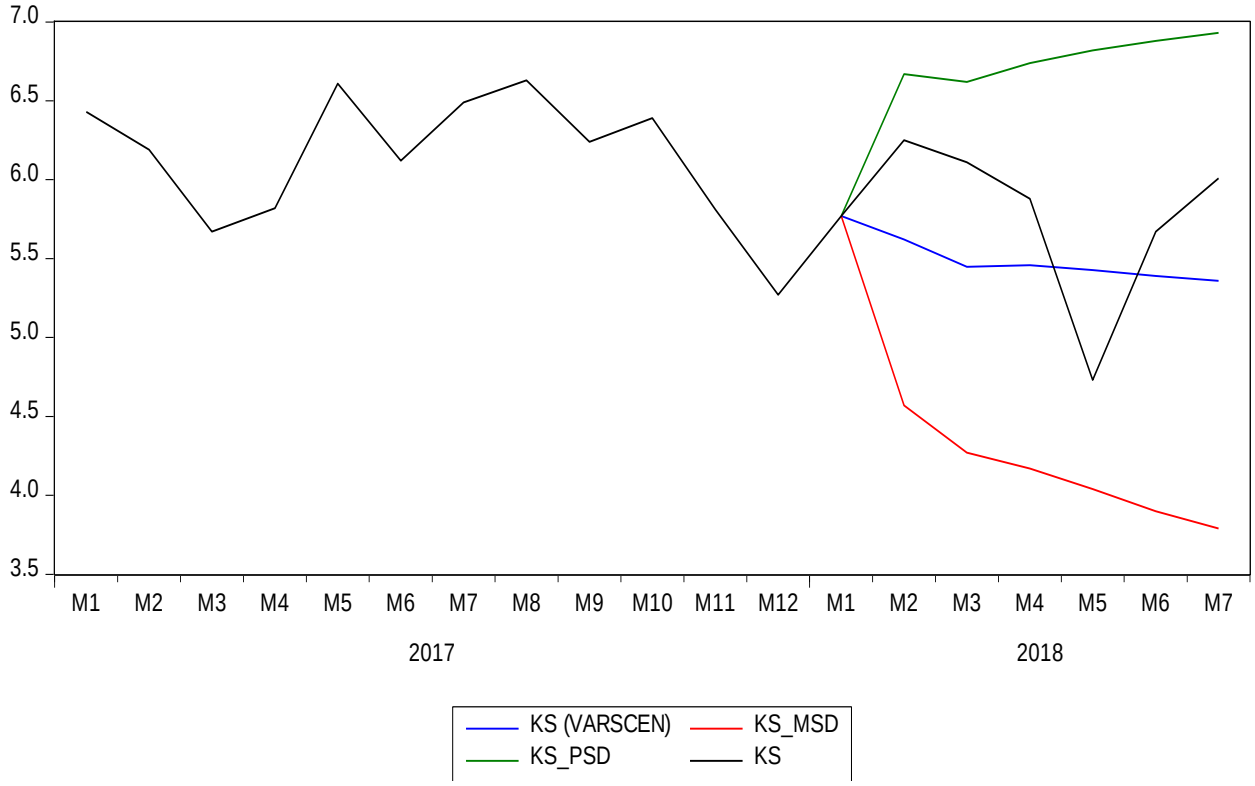
Tabela 30: Stvarne i VAR modelom prognozirane vrijednosti kamatne stope za budući period

Mjesec	Februar 2018	Mart 2018	April 2018	Maj 2018	Jun 2018	Jul 2018
Kamatna stopa	**6.25**	**6.11**	**5.88**	**4.37**	**5.67**	**6.01**
Prognoza VAR	5.62	5.45	5.46	5.43	5.39	5.36
Greška prognoze VAR	**0.63**	**0.66**	**0.42**	**-1.06**	**0.28**	**0.65**

Tabela 31: Statistike prognoze VAR modela za period 2018m2-2018m7

	Februar 2018	**Mart 2018**	**April 2018**	**Maj 2018**	**Jun 2018**	**Jul 2018**
MSE VAR	**0.397**	**0.416**	**0.336**	**0.533**	**0.442**	**0.439**
RMSE VAR	**0.630**	**0.645**	**0.580**	**0.730**	**0.665**	**0.663**
MAE VAR	**0.630**	**0.645**	**0.570**	**0.693**	**0.610**	**0.617**

Na osnovu izračunatih statistika i grešaka prognoze koje su prikazane u prethodnim tabelama možemo u narednom dijelu vršiti komparaciju prognostičkih performansi modela.



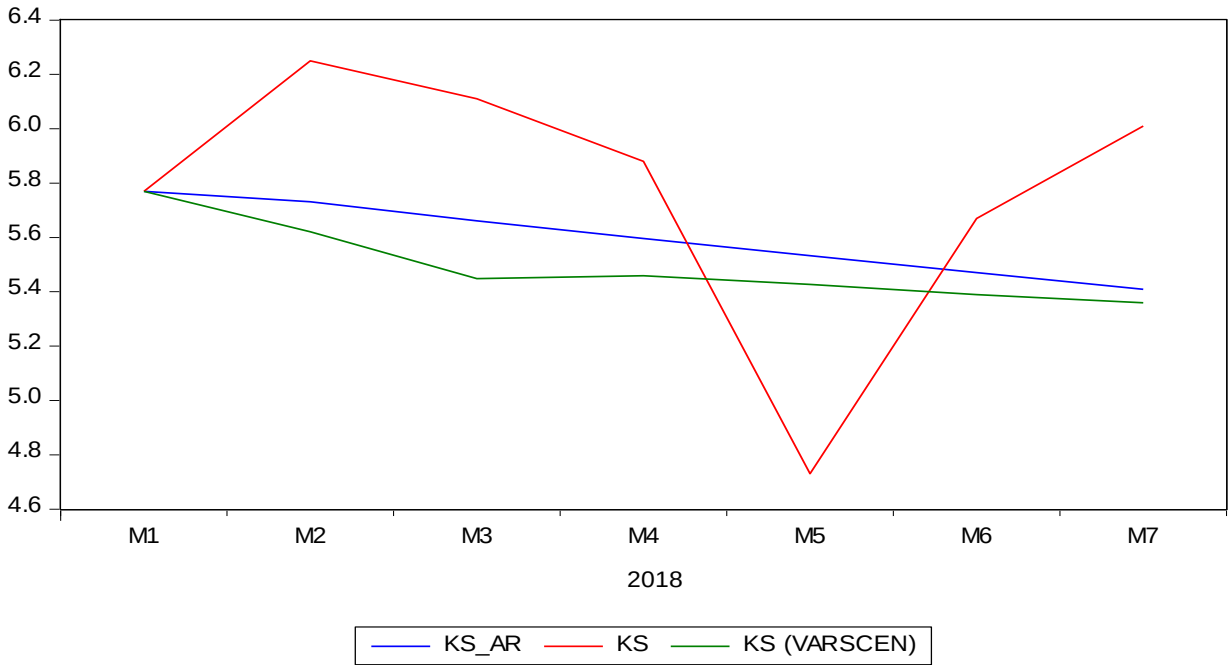
Grafik 34: Stvarna i VAR modelom prognozirana kamatna stopa za period 2018m2-2018m7

Na grafiku je prikazana stvarna vrijednost kamatne stope za period od 2017m1 do 2018m7, kao i prognozirana vrijednost kamatne stope za period 2018m2-2018m7 sa odstupanjem od plus i minus dvije standardne devijacije. Primjećujemo da stvarna vrijednost kamatne stope ne izlazi iz 95%-tnog intervala povjerenja i u granicama je od plus ili minus dvije standardne devijacije. To nam ukazuje da je specificiran dobar model koji ima dobre prognostičke karakteristike. Iznijetu tvrdnju ćemo detaljnije obrazložiti u narednom poglavlju.

4. Uporedna analiza prognostičkih modela

4.1. Uporedne prognoze kamatne stope AR(I)MA i VAR modela

Nakon specifikacije većeg broja modela primjenom Box-Jenkins metodologije, nakon čega je izabran optimalni, i specifikacije odgovarajućeg vektorskog autoregresivnog modela sprovedeni su testovi valjanosti modela i date su prognoze za naredni period, za svaki od modela posebno. Posebno je korisno predstaviti dobijene prognoze oba modela i stvarne vrijednosti kamatne stope u vidu integralnog linijskog grafika.



Grafik 35: Stvarna i na osnovu AR(1) i VAR modela prognozirana kamatna stopa

Primijećujemo da je prognoza VAR modela nešto niža od prognoze date na osnovu AR modela, pa u tom smislu VAR model potcjenjuje kamatnu stopu u većoj mjeri nego što to čini AR model. Odstupanje od pomenute pojave se događa jedino u petom mjesecu, gdje vjerovatno usled nekog eksternog šoka, mogućih podsticajnih mjera CBCG ili značajnih promjena na evropskom tržištu kapitala dolazi do naglog pada kamatne stope na nivo od 4. Nagli pad kamatne stope koji se dogodio u petom mjesecu nije uobičajna pojava, podaci u uzorku govore da se takva pojava dešava po prvi put 2018. godine i zahtijeva detaljniju analizu.

4.2. Odstupanja prognoziranih od svarnih vrijednosti

Data je integralna tabela stvarnih i prognoziranih vrijednosti kamatne stope i najvažnijih izračunatih statistika na osnovu kojih će se izvršiti izbor optimalnog modela. Slična metodologija je već korištena pri izboru najboljeg modela iz grupe modela specificiranih primjenom Box-Jenkins metodologije.

Tabela 32: Stvarne i na osnovu AR(1) i VAR modela prognozirane vrijednosti kamatne stope sa najvažnijim statistikama

		Februar 2018	**Mart 2018**	**April 2018**	**Maj 2018**	**Jun 2018**	**Jul 2018**
	Stvarna kamatna stopa	**6.25**	**6.11**	**5.88**	**4.37**	**5.67**	**6.01**
	Prognoza AR modela	5.73	5.66	5.59	5.53	5.47	5.41
	Prognoza VAR modela	**5.62**	**5.45**	**5.46**	**5.43**	**5.39**	**5.36**
E	**AR**	0.52	0.45	0.29	-1.16	0.20	0.60
	VAR	**0.63**	**0.66**	**0.42**	**-1.06**	**0.28**	**0.65**
MSE	**AR**	0.27	0.24	0.19	0.48	0.39	0.38
	VAR	**0.40**	**0.42**	**0.34**	**0.53**	**0.44**	**0.44**
RMSE	**AR**	0.52	0.48	0.43	0.69	0.62	0.62
	VAR	**0.63**	**0.64**	**0.58**	**0.73**	**0.66**	**0.66**
MAE	**AR**	0.52	0.49	0.42	0.61	0.52	0.54
	VAR	**0.63**	**0.65**	**0.57**	**0.69**	**0.61**	**0.62**

Na osnovu posmatranih statistika, a posebno na osnovu MSE statistike koja se najčešće koristi pri upoređivanju modela, možemo zaključiti da je autoregresivni model prvog reda koji sadrži trend i vještačku varijablu superiorniji od ocijenjenog vektorskog autoregresivnog modela. Greška prognoze AR modela je jedino veća u petom mjesecu što je prouzrokovano eksternim šokom i padom kamatne stope, o čemu je već prethodno bilo govora. Vrijednosti svih statistika za AR

model prvog reda su manje od vrijednosti statistika VAR modela, što je u skladu sa težnjom da se specificira model sa minimalnom greškom prognoze.

4.3. Statistički i ekonometrijski kriterijumi vrednovanja modela

Tokom specifikacije većeg broja modela iz klase univarijantnih i multivarijntnih modela, primjenom opšteprihvaćenih metodologija kojima se koriste i brojni drugi istraživači, vršeno je testiranje statističkih i ekonometrijskih kriterijuma valjanosti modela. U nastavku će se dati integralni prikaz specificiranih modela i njihovih osobina, kao i tabelarni prikaz osnovnih osobina korištenih vremenskih serija.

Tabela 33: Osobine ocijenjenih modela

MODEL	Problem autokorelacije	Problem heteroskedastičnosti	Normalnost reziduala
AR(1)	NE	NE	DA
ARMA(2,1)	NE	NE	DA
Početni VAR	DA	NE	DA
Krajnji VAR	NE	NE	DA

Tabela 34: Osobine korištenih vremenskih serija

Vremenska serija	Normalnost serije	Stacionarsnost serije
Kamatna stopa	DA	DA
CPI	DA	DA

Nakon ispitivanja normalnosti i stacionarnosti vremenskih serija izvršena je specifikacija odgovarajućih modela i testiranje njihovih osobina. Primijećujemo da od modela koji su prikazani u tabeli svi imaju poželjne osobine: odsustvo autokorelacije reziduala, odsustvo heteroskedastičnosti reziduala i normalnost raspodjele serije reziduala, osim početnog VAR modela u kome postoji problem autokorelacije. Pošto su svi ostali modeli zadovoljili statističke i ekonometrijske kriterijume na osnovu njih je vršena prognoza kamatne stope i komparirane su njihove prognostičke performanse. Na osnovu početnog VAR modela nije vršena prognoza kamatne stope usled prethodno pomenutog neispunjavanja kriterijuma.

Moguće je specificirati veći broj modela koristeći se dvijema pomenutim metodologijama i analiziranim serijama kamatne stope i stope rasta potrošačkih cijena koji će ispunjavati statističke i ekonometrijske kriterijume valjanosti, ali se u radu težilo specifikaciji takvih modela koji će u najvećoj mogućoj mjeri objašnjavati kretanje zavisne promjenjive, koji imaju najveći koeficijent determinacije i najbolje performanse sa stanovišta informacionih kriterijuma uz ispunjavanje svih prethodno pomenutih kriterijuma valjanosti i uvažavajući osnovne ekonomske principe i zakonitosti.

Do sličnih rezultata su došli i brojni drugi istraživači koji su vršili istraživanja u okviru svojih nacionalnih ekonomija, a služeći se istim metodološkim postupkom. Predviđanje kamatne stope je izazovna tema, pa se stoga i veliki broj istraživača time bavi. Postoje određene razlike u predmetu istraživanja koje varijaju usled specifičnosti nacionalne ekonomije, dostupnosti podataka i afiniteta istraživača.

Daće se kratak pregled rezultata drugih istraživača koja su uporediva sa prethodno sprovedenim istraživanjem u Crnoj Gori:

Potvrđeno je da se ARIMA model može uspiješno koristiti prilikom predviđanja KIBOR međubankarske stope, i date su preporuke za njegovo korišćenje u drugim zemljama prilikom predviđanja kamatnih stopa.[30] Istraživanje koje je sprovedno u Nigeriji dolazi do zaključaka da postoji adekvatan ARIMA model koji se može uspješno koristiti za prognoziranje inflacije.

ARIMA model je korišten za predviđanja inflacije u Gani, gdje se uz pažljivu primjenu modela mogu dobiti dobri prognostički rezultati.[31] Slično istraživanje je sprovedeno i u Crnoj Gori, sa određenim sličnostima u rezultatima.

Konstrukcijom adekvatnog VAR modela (koji je u fokusu drugog dijela rada) može se upiješno predstaviti veza cijene nafte, inflacije i kamatne stope i dati koristan alat nosiocima monetarne politike za donošenje odluka.[32]

---

[30] Ahmed, R. R., Vveinhardt, J., Nawaz, A., & Streimikiene, D. (2017). Karachi inter-bank offered rate (KIBOR) forecasting: Box-Jenkins (ARIMA) testing approach, str. 195.

[31] Alnaa, S., & Ahiakpor, F. (2011). ARIMA (autoregressive integrated moving average) approach to predicting inflation in Ghana. str. 335.

[32] Cologni, A., & Manera, M. (2008). Oil prices, inflation and interest rates in a structural cointegrated VAR model for the G-7 countries. *Energy economics*, *30*(3), str. 856-888.

Predviđanjem kamatne stope u Indiji se bavila grupa istraživača koji su došli do zaključaka da u zavisnosti od vrste kamatne stope i vremenskog horizonta predviđanja treba koristiti različite modele (ARIMA-GARCH, LVAR, BVAR, VECM).[33]

Primjena ARIMA i VAR modela je korištena pri prognoziranju inflacije mjerene harmonizovanim indeksom potrošačkih cijena (HICP) u Austriji. Gdje se došlo do zaključka da VAR model daje tačniju prognozu HICP od ARIMA modela, pa se njegova upotreba i preporučuje u daljim istraživanjima. [34]

U slučaju prognoze inflacije u Vijetnamu prognostičke performanse modela zavise od vremenskog horizonta u kom se vrši prognoziranje, kao i od toga da li se radi o mjesečnim ili kvartalnim podacima.[35]

U cilju prognoziranja kratkoročne kamatne stope vršeno je komprariranje prognostičkih performansi modela: ARIMA, ARIMA-GARCH i ARIMA-EGARCH, kako bi se dobio optimalni model za prognozu kamatne stope.[36]

U istraživanju koje je sprovedeno u Maleziji dolazi se do zaključaka da VAR model daje bolje prognostičke rezultate od ARIMA modela, pa se upotreba VAR modela preporučuje u daljim analizama.[37]

Slična komparacija prognostičkih performansi ARIMA i VAR modela je vršena u Švedskoj na primjeru prognoze GDP-a per capita, gdje se došlo do rezultata da VAR model daje precizniju prognozu.[38] GDP per capita predstavlja makroekonomski indikator od posebne važnosti, pa su brojni i značajni radovi koji se bave prognozom ukupnom GDP-a zemlje i GDP-a per capita.

---

[33] Dua, P. (2008). Interest rate modeling and forecasting in India (No. id: 1521).
[34] Fritzer, F., Moser, G., & Scharler, J. (2002). Forecasting Austrian HICP and its components using VAR and ARIMA models (No. 73).
[35] Hoa, T. T. (2017). *Forecasting inflation in Vietnam with univariate and vector autoregressive models* (No. 05-2017). Graduate Institute of International and Development Studies Working Paper.
[36] Radha, S., & Thenmozhi, M. (2006). Forecasting short term interest rates using ARMA, ARMA-GARCH and ARMA-EGARCH models.
[37] Razak, N. A. A., Khamis, A., & Abdullah, M. A. A. (2017). ARIMA and VAR Modeling to Forecast Malaysian Economic Growth. *Journal of Science and Technology*, *9*(3).
[38] Zhang, H., & Rudholm, N. (2013). Modeling and forecasting regional GDP in Sweden using autoregressive models. *Business Intelligence Program*, 1-38.

Na osnovu prethodno pomenutih istraživanja, kao i velikog broja istraživanja koja su sprovedena, a ovdje nijesu posebno pomenuta i čiji se određeni broj nalazi u pregledu literature, možemo donijeti sledeće zaključke:

- Prognoza vrijednosti vremenskih serija kroz komparaciju prognostičkih performansi različitih modela je opšteprihvaćen i čest metodološki postupak istraživača u čitavom svijetu;
- Predmet prognoze su najčešće vremenske serije inflacije (najčešće izražene kroz HIPC), GDP-a i kamatne stope;
- Rezultati prognoze različitih modela zavise od same vremenske serije koja se prognozira, kvaliteta i dostupnosti podataka, kao i dužine vremenskog horizonta za koji se vrši prognoza;
- Postoji veliki broj metodologija za specifikaciju ekonometrijskih modela, ali se najveći broj istraživača koristi Box-Jenkins metodologijom pri specifikaciji odgovarajućeg ARIMA modela.
- Ova tema je i dalje veoma aktuelna što potvrđuju brojni radovi iz ove oblasti, kao i veliki broj radova objavljenih u poslednjih nekoliko godina.

Istraživanje koje je sprovedeno u Crnoj Gori na primjeru vremenske serije kamatne stope u periodu od 2011. do 2018. godine se služi sličnom metodologijom kao i ekonometrijska istraživanja sprovedena u drugim zemljama i dolazi do rezultata koji imaju reprezentativan stepen kvaliteta. Posmatrajući prilagođeni koeficijent determinacije ocijenjenih modela i druge parametre valjanosti modela, kao i mjere kvaliteta date prognoze uočava se da su ispunjeni svi ekonometrijski i statistički kriterijumi valjanosti modela i da su rezultati istraživanja uporedivi sa rezultatima istraživanja u drugim zemljama.

ZAKLJUČAK

U prvom dijelu rada daje se teorijsko tumačenje pojma kamatne stope, kao i pregled različitih metodoloških klasifikacija vrsta kamatnih stopa. Daje se detaljnije pojašnjenje razlike između aktivnih i pasivnih kamatnih stopa i pravi se distinkcija između kamatnih stopa banaka i mikrokreditnih finansijskih institucija. Naglašeni su i glavni argumenti koji idu u prilog tome da se kao predmet istraživanja koristi prosječna ponderisana aktivna kamatna stopa banaka na novoodobrene kredite posmatrana na mjesečnom nivou kao kamatna stopa od kritične važnosti i najpogodnija daljoj analizi.

Među brojnim ekonometrijskim modelima koji postoje u širokoj literaturi koja se bavi ekonometrijskim modeliranjem i prognozom pažnja je usmjerena na dva modela koji se najčešće koriste i prepoznati su od najvećeg broja istraživača. Box-Jenkins metodologija i vektorski autoregresivni modeli imaju najveću primjenu i često daju najbolje prognoze, čak i u komparaciji sa daleko kompleksijim ekonometrijskim modelima.

U drugom dijelu rada je primjenom već pomenute Box-Jenkins metodologije izvršena specifikacija odgovarajućih modela. Specificirani modeli imaju sve poželjne ekonometrijske i statističke kriterijume valjanosti modela, dok su rezultati informacionih kriterijuma i prilagođenih koeficijenata determinacije na istom nivou, pa se prognoziranje kamatne stope vrši na osnovu dva modela iz klase autoregresivnih modela, i to AR(1) i ARMA(2,1). Na osnovu sprovedene metodologija potvrđena je prva hipoteza istraživanja koja tvrdi da Box-Jenkins pristup daje statistički signifikantnu prognozu kamatne stope u Crnoj Gori.

U trećem dijelu rada specificiran je odgovarajući VAR model kao jedan iz klase multivarijantnih modela. Na osnovu kriterijuma valjanosti modela potvrđena je druga hipoteza rada koja tvrdi da VAR model daje statistički signifikantnu prognozu kamatne stope u Crnoj Gori. Potvrdom prve i druge istraživačke hipoteze se pokazalo da obje metodologije dovode do ocjene adekvatnih modela koji se mogu koristiti pri modeliranju i prognozi kamatne stope u Crnoj Gori. U cilju određivanja optimalnog prognostičkog modela potrebno je izvršiti komparaciju njihovih prognoza, što je i dato u četvrtom dijelu rada.

Komparacijom prognostičkih performansi prethodno ocijenjenih modela, i to AR(1) i ARMA(2,1) iz klase univarijantnih modela i VAR modela iz klase multivarijantnih modela, testirana je i potvrđena treća hipoteza. Komparacija je izvršena poređenjem stvarne greške prognoze, srednje kvadratne greške, korijena srednje kvadratne greške i srednje apsolutne greške. Treća hipoteza tvrdi da Box-Jenkins pristup daje bolje prognostičke rezultate od VAR modela u slučaju kamatne stope u Crnoj Gori.

Istraživanje se bavilo komparacijom prognostičkih performansi samo dvije vrste modela, a ne smije se zaboraviti da bi se možda moglo doći do drugačijih rezultata da su u istraživanju bile uključene još neke vrste modela. Rezultati koji su dobijeni odnose se na vremenske serije koje imaju mali broj podataka i koje su obuhvaćene uzorkom, dok bi rezultati mogli biti drugačiji sa povećanjem broja dostupnih podataka, pa je i modele potrebno testirati u različitim vremenskim periodima. Specifičnost svake ekonomije utiče na modeliranje i prognozu svih vremenskih serija, a posebno makroekonomskih, pa se rezultati istraživanja u različitim zemljama ne mogu koristiti bez prethodno detaljne analize.

Zaključci do kojih se došlo u istraživanju imaju svoju upotrebnu vrijednost u dijelu prognoziranja kamatne stope u Crnoj Gori i primijetan je određeni stepen podudarnosti sa istraživanjima koja su sprovodena u drugim zemljama. Rezultati se ipak moraju uzeti sa rezervom usled uticaja brojnih drugih faktora od kojih se posebno izdvajaju: neadekvatna statistička baza, izrazita otvorenost crnogorske ekonomije i postojeći devizni režim u Crnoj Gori (eurizacija).

LITERATURA

1. Ahmed, R. R., Vveinhardt, J., Nawaz, A., & Streimikiene, D. (2017). Karachi inter-bank offered rate (KIBOR) forecasting: Box-Jenkins (ARIMA) testing approach.
2. Alnaa, S., & Ahiakpor, F. (2011). ARIMA (autoregressive integrated moving average) approach to predicting inflation in Ghana.
3. Asteriou, D., & Hall, S. G. (2006). Applied Econometrics: a modern approach using eviews and microfit. PalgraveMcMillan, New York.
4. Bose, E., Hravnak, M., & Sereika, S. M. (2017). Vector Autoregressive (VAR) Models and Granger Causality in Time Series Analysis in Nursing Research: Dynamic Changes Among Vital Signs Prior to Cardiorespiratory Instability Events as an Example. Nursing research, 66(1), 12.
5. Bridge, J.: „Applied Econometrics“, North-Holland, Amsterdam, 1971.
6. Brockwell, P., Davis P.: “Introduction to Time Series and Forecasting”, Springer-Verlag New York, Inc., 2002
7. Campbell, J. Y., & Mankiw, N. G. (1989). Consumption, income, and interest rates: Reinterpreting the time series evidence. NBER macroeconomics annual, 4, 185-216.
8. Chaing, A., C.,: “Osnovne metode matematičke ekonomije“, MATE Zagreb, 2000.
9. Chatfield, C.: “Time series forecasting”, Chapman & Hall/CRC, 2000
10. Cologni, A., & Manera, M. (2008). Oil prices, inflation and interest rates in a structural cointegrated VAR model for the G-7 countries. Energy economics, 30(3), 856-888.
11. Deaves, R. (1996). Forecasting Canadian short-term interest rates. Canadian Journal of Economics, 615-634.
12. Demirgüç-Kunt, A., & Huizinga, H. (1999). Determinants of commercial bank interest margins and profitability: some international evidence. The World Bank Economic Review, 13(2), 379-408.
13. Diebold, F.: “Elements of Forecasting”, Thomson South-Western, USA, 2007
14. Dritsaki, C., & Petrakis, L. (2017). Stochastic Models for Forecasting Inflation Rate: Empirical Evidence from Greece. Journal of Finance and Economics, 5(3), 145-155.
15. Dua, P. (2008). Interest rate modeling and forecasting in India (No. id: 1521).

16. Duffee, G. (2013). Forecasting interest rates. In Handbook of economic forecasting (Vol. 2, pp. 385-426). Elsevier.
17. Enders, W., & Granger, C. W. J. (1998). Unit-root tests and asymmetric adjustment with an example using the term structure of interest rates. Journal of Business & Economic Statistics, 16(3), 304-311.
18. Ergün, U., & Göksu, A. (2013). Applied Econometrics with Eviews Applications. Bosnia and.
19. Fahimifar, S. M., Homayounifar, M., Sabouhi, M., & Moghaddamnia, A. R. (2009). Compartion of ANFIS, ANN, GARCH and ARIMA Techniques to Exchange Rate Forecasting. Journal of Applied Sciences, 9.
20. Fama, E. F. (1990). Term-structure forecasts of interest rates, inflation and real returns. Journal of Monetary Economics, 25(1), 59-76.
21. Fama, E. F. (2006). The behavior of interest rates. The Review of Financial Studies, 19(2), 359-379.
22. Fernando, N. A. (2006). Understanding and dealing with high interest rates on microcredit: A note to policy makers in the Asia and Pacific region.
23. Fritzer, F., Moser, G., & Scharler, J. (2002). Forecasting Austrian HICP and its components using VAR and ARIMA models (No. 73).
24. Gambacorta, L. (2008). How do banks set interest rates?. European Economic Review, 52(5), 792-819.
25. Gathingi, V. W. (2014). Modeling Inflation in Kenya Using ARIMA and VAR Models (Doctoral dissertation, University of Nairobi).
26. Gerdesmeier, D., Roffia, B., & Reimers, H. E. (2017). Forecasting Euro Area Inflation Using Single-Equation and Multivariate VAR–Models. Folia Oeconomica Stetinensia, 17(2), 19-34.
27. Goodfriend, M., & McCallum, B. T. (2007). Banking and interest rates in monetary policy analysis: A quantitative exploration. Journal of Monetary Economics, 54(5), 1480-1507.
28. Greene, W. H. (2003). Econometric analysis. Pearson Education India.
29. Guerrón-Quintana, P., & Zhong, M. (2017). Macroeconomic forecasting in times of crises.
30. Guidolin, M., & Timmermann, A. (2009). Forecasts of US short-term interest rates: A flexible forecast combination approach. Journal of Econometrics, 150(2), 297-311.

31. Gujarati, D. N. (2009). Basic econometrics. Tata McGraw-Hill Education.
32. Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (1999). Essentials of econometrics (Vol. 2). Singapore: Irwin/McGraw-Hill.
33. Gürkaynak, R. S., Sack, B., & Swanson, E. (2005). The sensitivity of long-term interest rates to economic news: Evidence and implications for macroeconomic models. American economic review, 95(1), 425-436.
34. Hoa, T. T. (2017). Forecasting inflation in Vietnam with univariate and vector autoregressive models (No. 05-2017). Graduate Institute of International and Development Studies Working Paper.
35. Iqbal, M., & Naveed, A. (2016). Forecasting inflation: Autoregressive integrated moving average model. European Scientific Journal, ESJ, 12(1).
36. Jackson, E. A. (2018). Comparison between Static and Dynamic Forecast in Autoregressive Integrated Moving Average for Seasonally Adjusted Headline Consumer Price Index.
37. Jackson, E. A., Sillah, A., & Tamuke, E. (2018). Modelling Monthly Headline Consumer Price Index (HCPI) through Seasonal Box-Jenkins Methodology.
38. Jan, K. (1997). „Počela ekonometrije”. MATE, Zagreb.
39. Jovičić, M. (1981). Ekonometrijski metodi. Savremena administracija.
40. Kahn, B., & Farrell, G. N. (2002). South African real interest rates in comparative perspective: theory and evidence. South African Reserve Bank.
41. Karadžić, V. (2005). Osnovni koncepti ekonometrije vremenskih serija, Preduzetnička ekonomija, Podgorica.
42. Kelikume, I., & Salami, A. (2014). Time Series Modeling and Forecasting Inflation: Evidence from Nigeria.
43. Kelilume, I., & Salami, A. (2013). Modeling and forecasting inflation with ARIMA and VAR: the case of Nigeria. ISSN 2168-0612 FLASH DRIVE ISSN 1941-9589 ONLINE, 62.
44. Kneiding, C., & Rosenberg, R. (2008). Variations in microcredit interest rates.
45. Kovačić, Z. J. (1998). Analiza vremenskih serija. Ekonomski fakultet.

46. Kwasi, B. R., & Sharma, A. (2015). Comparing the forecasting power of multivariate var and univariate Arima models: a case of Groundnut prices in Bikaner District of Rajasthan. Asian Journal of Research in Business Economics and Management, 5(3), 51-64.
47. Lima, E. J., Luduvice, F., & Tabak, B. M. (2006). Forecasting interest rates: An application for Brazil (No. 120).
48. Lucas Jr, R. E. (1982). Interest rates and currency prices in a two-country world. Journal of Monetary Economics, 10(3), 335-359.
49. Lupoletti, W. M., & Webb, R. H. (1986). Defining and improving the accuracy of macroeconomic forecasts: contributions from a VAR model. Journal of Business, 263-285.
50. Mann, P. S. (2009). Uvod u statistiku. Centar za izdavačku delatnost Ekonomskog fakulteta.
51. Miao, J. (2015). The Energy Consumption Forecasting in China Based on ARIMA Model. In International Conference on Materials Engineering and Information Technology Applications (MEITA 2015).
52. Mladenović, Z., & Petrović, P. (2007). Uvod u ekonometriju. Centar za izdavačku delatnost Ekonomskog fakulteta.
53. Moffat, I. U., & David, A. E. (2016). Modeling inflation rates in Nigeria: Box-Jenkins' approach. International Journal of Mathematics and Statistics Studies, 4(2), 20-27.
54. Montgomery, D. C., Jennings, C. L., & Kulahci, M. (2015). Introduction to time series analysis and forecasting. John Wiley & Sons.
55. Moser, G., Rumler, F., & Scharler, J. (2007). Forecasting austrian inflation. Economic Modelling, 24(3), 470-480.
56. Muniroh, M. F., Ismail, N., & Lazim, M. A. (2017). Combination of Forecasts with an Application to Unemployment Rate. Pertanika Journal of Science and Technology, 25(3), 787-796.
57. Okafor, C., & Shaibu, I. (2013). Application of ARIMA models to Nigerian inflation dynamics. Research Journal of Finance and Accounting, 4(3), 138-150.
58. Petrovska, M., Ramadani, G., Naumovski, N., & Jovanovic, B. (2017). Forecasting Macedonian Inflation: Evaluation of different models for short-term forecasting (No. 6/2017). Working Paper.

59. Radha, S., & Thenmozhi, M. (2006). Forecasting short term interest rates using ARMA, ARMA-GARCH and ARMA-EGARCH models.
60. Razak, N. A. A., Khamis, A., & Abdullah, M. A. A. (2017). ARIMA and VAR Modeling to Forecast Malaysian Economic Growth. Journal of Science and Technology, 9(3).
61. Ristić, Ž., Komazec, S., & Ristić, K. (2014). Monetarna ekonomija i bankarski menadžment. Beograd: Etnostil.
62. Rudebusch, G. D. (2010). MACRO-FINANCE MODELS OF INTEREST RATES AND THE ECONOMY. The Manchester School, 78(s1), 25-52.
63. Schorfheide, F., & Song, D. (2015). Real-time forecasting with a mixed-frequency VAR. Journal of Business & Economic Statistics, 33(3), 366-380.
64. Šonje, V. (1999). Esej o monetarnim eksperimentima, ili: kako izabrati monetarni režim u kasnoj fazi tranzicije. Privredna kretanja i ekonomska politika, 9(74), 41-72.
65. Spiwoks, M., Bedke, N., & Hein, O. (2008). Forecasting the past: the case of US interest rate forecasts. Financial Markets and Portfolio Management, 22(4), 357-379.
66. Stevenson, S. (2007). A comparison of the forecasting ability of ARIMA models. Journal of Property Investment & Finance, 25(3), 223-240.
67. Stokes, H. H., & Neuburger, H. (1979). The effect of monetary changes on interest rates: Box-Jenkins Approach. The review of economics and statistics, 534-548.
68. Thomakos, D. D., & Guerard Jr, J. B. (2004). Naïve, ARIMA, nonparametric, transfer function and VAR models: A comparison of forecasting performance. International Journal of Forecasting, 20(1), 53-67.
69. Tsay, R. S. (2005). Analysis of financial time series (Vol. 543). John Wiley & Sons.
70. Uko, A. K., & Nkoro, E. (2012). Inflation forecasts with ARIMA, vector autoregressive and error correction models in Nigeria. European Journal of Economics, Finance & Administrative Science, 50, 71-87.
71. Xue, D. M., & Hua, Z. Q. (2016). ARIMA Based Time Series Forecasting Model. Recent Advances in Electrical & Electronic Engineering (Formerly Recent Patents on Electrical & Electronic Engineering), 9(2), 93-98.
72. Younus, S., & Roy, A. (2016). Forecasting inflation and output in Bangladesh: Evidence from a VAR model. Research department and Monetary Policy Department of Bangladesh Bank Working Paper series WP, (1610).

73. Yuan, C., Liu, S., & Fang, Z. (2016). Comparison of China's primary energy consumption forecasting by using ARIMA (the autoregressive integrated moving average) model and GM (1, 1) model. Energy, 100, 384-390.
74. Zhang, H., & Rudholm, N. (2013). Modeling and forecasting regional GDP in Sweden using autoregressive models. Dalama University.
75. Žižić, M., Lovrić, M., & Pavličić, D. (2007). Metodi statističke analize. Centar za izdavačku delatnost Ekonomskog fakulteta.

Internet izvori:

1. http://www.cb-cg.org/
2. https://www.monstat.org/cg/
3. http://www.mf.gov.me/ministarstvo
4. https://data.worldbank.org/
5. https://www.ecb.europa.eu/home/html/index.en.html

DODATAK

Tabela 1: Ocijenjeni model linearnog trenda

Dependent Variable: KS
Method: Least Squares
Date: 09/12/18 Time: 13:13
Sample: 2011M12 2018M07
Included observations: 80

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	10.04256	0.124355	80.75705	0.0000
@TREND	-0.058058	0.002718	-21.36178	0.0000

R-squared	0.854022	Mean dependent var	7.749250
Adjusted R-squared	0.852150	S.D. dependent var	1.459914
S.E. of regression	0.561355	Akaike info criterion	1.707756
Sum squared resid	24.57933	Schwarz criterion	1.767307
Log likelihood	-66.31025	Hannan-Quinn criter.	1.731632
F-statistic	456.3259	Durbin-Watson stat	1.183261
Prob(F-statistic)	0.000000		

Tabela 2: Ocijenjeni model kvadratnog trenda

Dependent Variable: KS
Method: Least Squares
Date: 09/12/18 Time: 13:14
Sample: 2011M12 2018M07
Included observations: 80

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	9.231032	0.096231	95.92533	0.0000
@TREND^2	-0.000708	3.42E-05	-20.72305	0.0000

R-squared	0.846289	Mean dependent var	7.749250
Adjusted R-squared	0.844318	S.D. dependent var	1.459914
S.E. of regression	0.576032	Akaike info criterion	1.759374
Sum squared resid	25.88138	Schwarz criterion	1.818925
Log likelihood	-68.37497	Hannan-Quinn criter.	1.783250
F-statistic	429.4447	Durbin-Watson stat	1.122482
Prob(F-statistic)	0.000000		

Tabela 3: Ocinjeni model sa vještačkom promjenjivom na mjesečnom nivou

Dependent Variable: KS
Method: Least Squares
Date: 09/13/18 Time: 09:26
Sample: 2011M12 2018M07
Included observations: 80

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	8.060000	0.586411	13.74464	0.0000
@MONTH=2	-0.102857	0.829310	-0.124027	0.9017
@MONTH=3	-0.315714	0.829310	-0.380695	0.7046
@MONTH=4	-0.380000	0.829310	-0.458212	0.6483
@MONTH=5	-0.334286	0.829310	-0.403089	0.6881
@MONTH=6	-0.554286	0.829310	-0.668370	0.5062
@MONTH=7	-0.447143	0.829310	-0.539175	0.5915
@MONTH=8	-0.096667	0.863173	-0.111990	0.9112
@MONTH=9	0.095000	0.863173	0.110059	0.9127
@MONTH=10	-0.245000	0.863173	-0.283837	0.7774
@MONTH=11	-0.471667	0.863173	-0.546434	0.5866
@MONTH=12	-0.801429	0.829310	-0.966380	0.3373

R-squared	0.027860	Mean dependent var	7.749250
Adjusted R-squared	-0.129398	S.D. dependent var	1.459914
S.E. of regression	1.551496	Akaike info criterion	3.853798
Sum squared resid	163.6856	Schwarz criterion	4.211102
Log likelihood	-142.1519	Hannan-Quinn criter.	3.997051
F-statistic	0.177160	Durbin-Watson stat	0.130876
Prob(F-statistic)	0.998326		

Tabela 4: Početni VAR model sa jednom docnjom i konstantom

Vector Autoregression Estimates
Date: 10/10/18 Time: 16:25
Sample (adjusted): 2012M01 2018M01
Included observations: 73 after adjustments
Standard errors in ( ) & t-statistics in [ ]

	KS	CPIM
KS(-1)	0.934568	0.005112
	(0.04942)	(0.03493)
	[18.9108]	[0.14637]
CPIM(-1)	-0.317998	0.240118
	(0.16997)	(0.12013)
	[-1.87085]	[1.99875]
C	0.520883	0.069512
	(0.39644)	(0.28019)
	[1.31390]	[0.24808]
R-squared	0.836323	0.055745
Adj. R-squared	0.831647	0.028767
Sum sq. resids	22.71133	11.34503
S.E. equation	0.569603	0.402581
F-statistic	178.8358	2.066272
Log likelihood	-60.96527	-35.63119
Akaike AIC	1.752473	1.058389
Schwarz SC	1.846602	1.152517
Mean dependent	7.905479	0.139726
S.D. dependent	1.388229	0.408500

Determinant resid covariance (dof adj.)	0.051815
Determinant resid covariance	0.047644
Log likelihood	-96.05881
Akaike information criterion	2.796132
Schwarz criterion	2.984389

Tabela 5: Ispitivanje autokorelacije u VAR modelu

VAR Residual Serial Correlation LM T...
Null Hypothesis: no serial correlation ...
Date: 10/10/18 Time: 16:34
Sample: 2011M12 2018M01
Included observations: 73

Lags	LM-Stat	Prob
1	16.67606	0.0022
2	0.770907	0.9423

Probs from chi-square with 4 df.

Tabela 6: Ispitivanje normalnost reziduala u VAR modelu

VAR Residual Normality Tests
Orthogonalization: Cholesky (Lutkepohl)
Null Hypothesis: residuals are multivariate normal
Date: 10/10/18 Time: 16:35
Sample: 2011M12 2018M01
Included observations: 73

Component	Skewness	Chi-sq	df	Prob.
1	0.291881	1.036533	1	0.3086
2	0.313283	1.194113	1	0.2745
Joint		2.230646	2	0.3278

Component	Kurtosis	Chi-sq	df	Prob.
1	3.197093	0.118155	1	0.7310
2	3.359765	0.393686	1	0.5304
Joint		0.511841	2	0.7742

Component	Jarque-Bera	df	Prob.
1	1.154689	2	0.5614
2	1.587799	2	0.4521
Joint	2.742487	4	0.6018

Tabela 7: Ispitivanje heteroskedastičnosti u VAR modelu

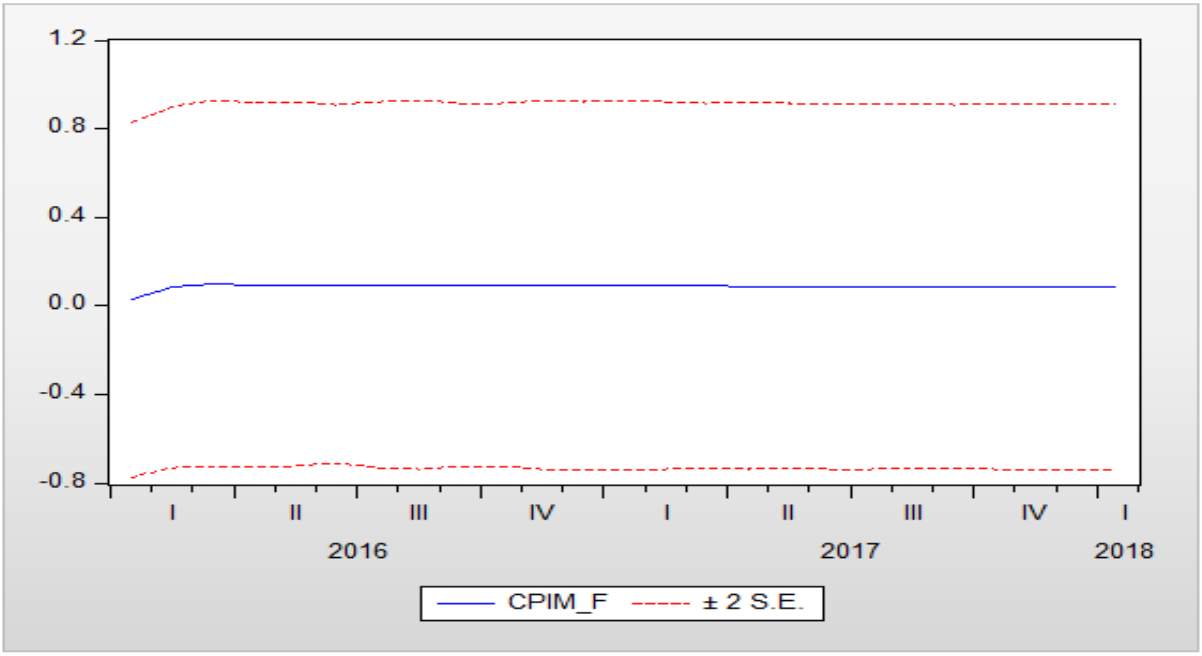
VAR Residual Heteroskedasticity Tests: No Cross Terms (only levels and squares)
Date: 01/09/19 Time: 13:45
Sample: 2011M12 2018M01
Included observations: 73

Joint test:

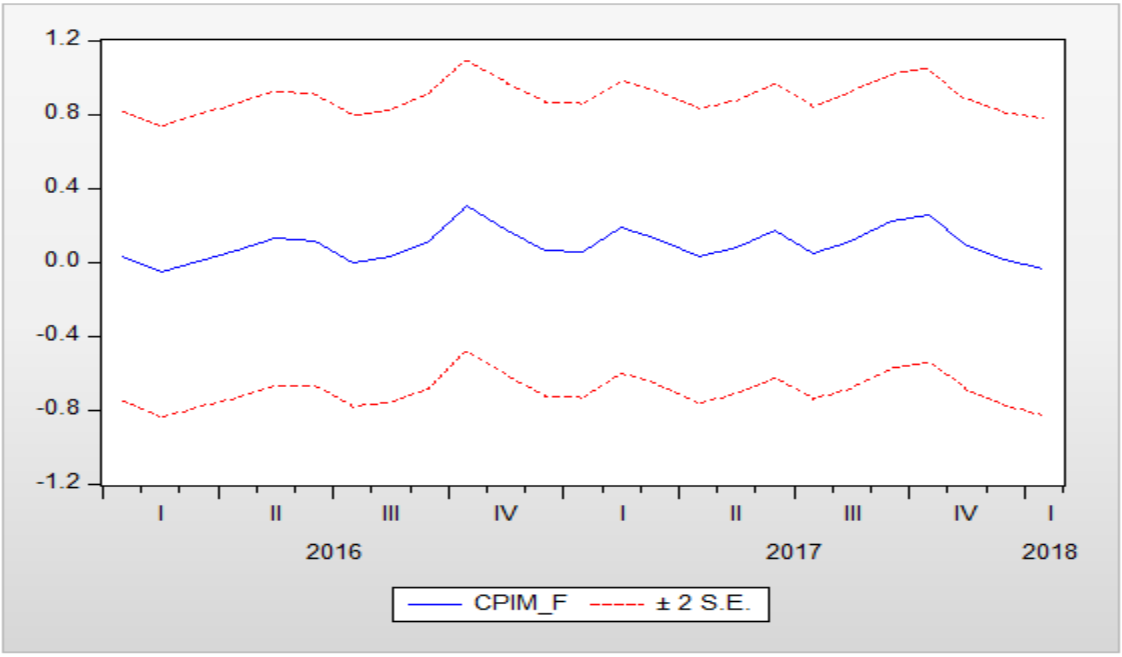
Chi-sq	df	Prob.
9.606449	12	0.6504

Individual components:

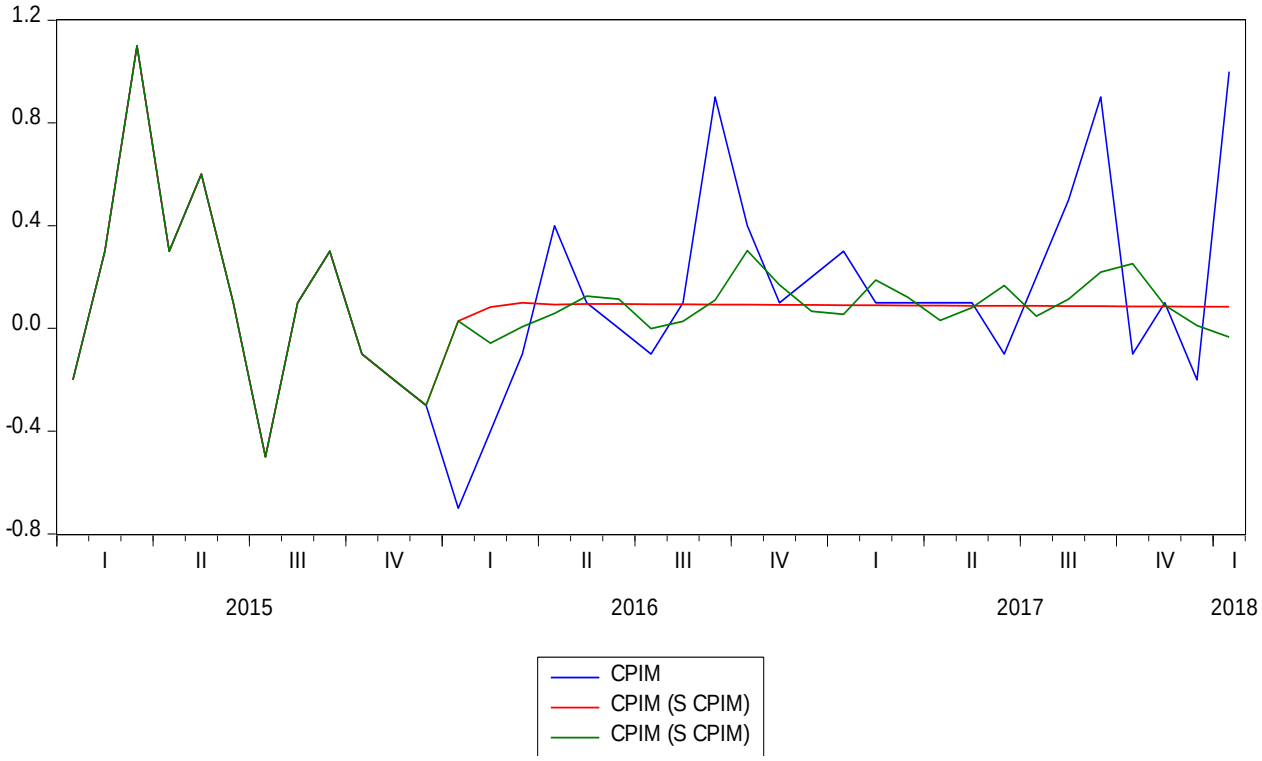
Dependent	R-squared	F(4,68)	Prob.	Chi-sq(4)	Prob.
res1*res1	0.047543	0.848574	0.4994	3.470634	0.4824
res2*res2	0.025657	0.447656	0.7737	1.872967	0.7591
res2*res1	0.059913	1.083442	0.3717	4.373685	0.3578



Grafik 1: Dinamička prognoza CPIM VAR modelom unutar uzorka za period 2016m1-2018m1



Grafik 2: Statička prognoza CPIM VAR modelom za period 2016m1-2018m1



Grafik 3: Statička i dinamička prognoza VAR modelom i stvarne vrijednosti CPIM u periodu 2016m1-2018m1